

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

MADELEINE ROUSSEAU, née GAUDEIX

Première Thèse :

ÉTUDE DE LA FORMATION DES IMAGES APPLICATION A LA MICROSCOPIE

Deuxième Thèse :

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Soutenues le 2 mai 1962 devant la Commission d'examen.

MM. JACQUINOT.....	<i>Président.</i>
MARÉCHAL.....	} <i>Examineurs.</i>
FRANÇON.....	
FERT.....	<i>Membre invité.</i>

ÉDITIONS DE LA REVUE D'OPTIQUE

3, BOULEVARD PASTEUR, PARIS 15^e

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

MADELEINE ROUSSEAU, née GAUDEIX

Première Thèse :

ÉTUDE DE LA FORMATION DES IMAGES APPLICATION A LA MICROSCOPIE

Deuxième Thèse :

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Soutenues le 2 mai 1962 devant la Commission d'examen.

MM. JACQUINOT.....	<i>Président.</i>
MARÉCHAL.....	} <i>Examineurs.</i>
FRANÇON.....	
FERT.....	<i>Membre invité.</i>

ÉDITIONS DE LA REVUE D'OPTIQUE

3, BOULEVARD PASTEUR, PARIS 15^e



FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen..... J. ZAMANSKY.

PROFESSEURS

G JULIA..... T Analyse sup. et Algèbre sup.
 DE BROGLIE..... T Théories physiques.
 PRENANT..... T Anat. et Histol. comp.
 PÈRES..... T Mécanique des fluides et Applications.
 GRASSÉ..... T Évolution des êtres organisés.
 PRÉVOST..... T Chimie organique.
 CHAUDRON..... T Chimie appliquée.
 WYART..... T Minéralogie et Cristallogr.
 TEISSIER..... T Zoologie.
 MANGENOT..... T Biologie végétale (Orsay).
 P. AUGER..... T Physique quantique et Relativité.
 MONNIER..... T Physiologie générale.
 PIVETEAU..... T Paléontologie.
 ROCARD..... T Physique (E.N.S.).
 H. CARTAN..... T Mathématiques (E.N.S.).
 LAFFITTE..... T Chimie générale.
 FAYARD..... T Géométrie supérieure.
 COULOMB..... T Physique du Globe.
 M^{lle} COUSIN..... T Biologie animale (S.P.C.N.).
 CHRÉTIEN..... T Chimie minérale.
 P. DRACH..... T Zoologie.
 KASTLER..... T Physique (E.N.S.).
 EPHRUSSI..... T Génétique.
 RIVIERE..... T Géologie (S.P.C.N.) et Sédim.
 GAUTHIERET..... T Biologie végétale (P.C.B.).
 R. LUCAS..... T Recherches physiques.
 A. THOMAS..... T Biologie cellulaire.
 ARNOLD..... T Optique appliquée.
 M. MORAND..... T Physique Enseignement.
 SOLERILLET..... T Physique (P.C.B.).
 FORTIER..... T Mécanique expérimentale des fluides.
 DANJON..... T Astronomie.
 PETIT..... T Biologie maritime.
 QUENEY..... T Météorologie et Dynamique atmosphérique.
 GALLIEN..... T Embryologie.
 EICHHORN..... T Botanique.
 DE CUGNAC..... T Biol. végétale (S.P.C.N.).
 M^{lle} GAUCHOIS..... T Chimie physique.
 THIELLER..... T Physique du Globe.
 L'HÉRITIER..... T Biologie générale (Orsay).
 GRIVET..... T Radio-électricité (Orsay).
 PONCIN..... T Mécanique générale.
 DUBREIL..... T Arithmétique et théorie des nombres.
 QUELET..... T Chimie organique.
 CAGNIARD..... T Géophysique appliquée.
 CHAMPETIER..... T Chimie macromoléculaire.
 CUVILLIER..... T Micropaléontologie.
 JUNG..... T Pétrographie.
 TRILLAT..... T Microscopie et Diffraction électroniques.
 WIEMANN..... T Chimie organ. et structur.
 JAQUINOT..... T Spectroscopie et Physique céleste (Orsay).
 VASSY..... T Physique de l'atmosphère.
 DESTOUCHES..... T Théories physiques.
 AMIEL..... T Chimie générale.
 HOCART..... T Minéralogie et Cristallogr.
 J.-P. MATHIEU..... T Physique (Optique).
 COUTEAUX..... T Biologie animale (P.C.B.).
 MAY..... T Zoologie (Orsay).
 CHOQUET..... T Théorie des fonct. et Topol.
 FELDMANN..... T Biologie végétale marine.
 GUINIER..... T Phys. des solides (Orsay).
 JOST..... T Physiologie comparée.
 FORTET..... T Calcul des probabilités et Physique mathématique.
 SCHWARTZ..... T Calc. différentiel et intégral.
 CHOUARD..... T Physiologie végétale.

MALAVARD..... T Aviation (Techn. aéronaut.).
 BRELOT..... T Calc. différentiel et intégral.
 NORMANT..... T Synthèse organique génér.
 BÉNAUD..... T Chimie minérale.
 BUVAT..... T Botanique (E.N.S.).
 DUGUE..... T Statistiques mathématiques.
 SOULAMRAG..... T Psychophysique.
 ULHICH..... T Physiologie végétale.
 MARÉCHAL..... T Optique théorique et appliquée.
 KIRRMANN..... T Théories chimiques.
 CHADEFAUD..... T Botanique.
 M^{lle} LE BRETON..... T Physiologie de la nutrition.
 SALEM..... T Mathématiques générales.
 LELONG..... T Application de l'analyse à la géométrie.
 DEVILLERS..... T Anatomie et Histologie comparées.
 EHRESMANN..... T Topologie algébrique.
 FRANÇON..... T Physique (S.P.C.N.).
 GLANGEAUD..... T Géog. physique et Géologie dynamique.
 GODEMENT..... T Mathématiques (M.P.C.).
 PISOT..... T Tech. mathém. de la phys.
 ROCH..... T Géologie.
 SCHATZMAN..... T Astrophysique.
 TERMIER..... T Paléontologie stratigr.
 ZAMANSKY..... T Mathématiques générales.
 LENNUYER..... T Physique (M. G. P.).
 RIZET..... T Génétique (Orsay).
 ROUTHIER..... T Géologie appliquée.
 M^{me} TONNELAT..... T Physique théorique.
 DIXMIER..... T Mathématiques (M.P.C.).
 SOUCHAY..... T Chimie générale.
 AIGRAIN..... T Electrotechnique générale.
 BRUSSET..... T Chimie systématique.
 M. LÉVY..... T Physique théorique des hautes énergies (Orsay).
 M^{me} CHAIX..... T Chimie biologique.
 M^{me} HUREL-PY..... T Biologie végétale (P.C.B.).
 PIAUX..... T Chimie (M. P. C.).
 BRUN..... T Méc. théorique des fluides.
 LEDEBER..... T Chimie biologique.
 M^{me} DUBREIL..... T Mathém. (Agrégation).
 M^{me} LELONG..... T Mathématiques (E.N.S.).
 BELLAIR..... T Géologie (S. P. C. N.).
 COTTE..... T Physique électricité.
 J. E. DUBOIS..... T Chimie organique.
 LAMOTTE..... T Zoologie (E. N. S.).
 A. MICHEL..... T Chimie minérale (Orsay).
 OLMEYER..... T Energétique générale.
 ROUAULT..... T Electricité (Orsay).
 GAUTHIER..... T Mécanique appliquée.
 BARCHIEWITZ..... T Chimie physique.
 BROUSSEL..... T Physique atomique.
 BUSFER..... T Physiologie comparée.
 CAMUS..... T Physiol. vég. (B.M.P.V.).
 CASTAING..... T Physique (Orsay).
 CURIEN..... T Minéralogie et Cristallogr.
 MOYSE..... T Physiologie vég. (Orsay).
 NOIROT..... T Evolution des êtres organisés.
 PANNETIER..... T Chimie générale (Orsay).
 POSSOMPES..... T Zoologie.
 PULLMANN..... T Chimie théorique.
 TEILLAC..... T Physique nucléaire et Radioactivité.
 TONNELAT..... T Biologie physico-chimique.
 VILLE..... T Econométrie.
 VILLEMART..... T Chimie (P.C.B.).
 DODÉ..... T Chimie (Orsay).
 FREYMANN..... T Recherches physiques.
 GUINCHET..... T Biologie végétale (S.P.C.N.) (Orsay).
 ROLLET..... T Chimie (P. C. B.).

M ^{lle} JOSIEN.....	T	Chimie (S.P.C.N.).	FRANC.....	Biologie animale (P.C.B.).
CHEVALLEY.....	T	Géométrie algébrique et Théorie des groupes.	SCHNELL.....	Botanique tropicale (Orsay).
ARNOULT.....	T	Electronique (Orsay).	STOLKOWSKI.....	Physiologie générale.
CHAPELLE.....	T	Physique (Orsay).	ACHER.....	Chimie biol. (Orsay).
DELANGRE.....	T	Mathématiques (Orsay).	BAUDOUIN.....	Biologie anim. (P.C.B.).
DENY.....	T	Mathém. génér. (Orsay).	BEAUMONT.....	Biologie anim. (S.P.C.N.).
GERMAIN.....	T	Méc. théorique des fluides	BLAMONT.....	Géophysique ionosphère.
G. LUCAS.....	T	Géologie.	BOURREAU.....	Botanique.
ALLARD.....	T	Chimie physique.	D. CURIE.....	Physique (M.G.P.).
BERTHELOY.....	T	Phys. fondam. des hautes énergies (Orsay).	DURAND-DELLA.....	Géologie.
BRICAUD.....	T	Météorologie et physique de l'atmosphère.	FRÉON.....	T Chimie organique (Orsay).
M ^{me} ALBE-FES-		Psychophysiologie.	HELLER.....	Physiologie végétale.
SARD.....		Phys. des solides (Orsay).	TORTRAT.....	Calcul des probabilités.
FRIEDEL.....		Etudes des moléculaires na-	CAILLEUX.....	Géologie (S.P.C.N.).
M. JULIA.....		tuelles complexes.	MAGNAN.....	T Physique (S.P.C.N.).
LENDER.....	T	Biologie animale (S.P.C.N.) (Orsay).	DAUDELL.....	T Mécanique ondulatoire ap- pliquée à la chimie théor. et à la physique nucléaire.
MAGAT.....		Physico-chimie des radio- éléments.	M ^{lle} FOURCROY...	Biologie végét. (S.P.C.N.).
M ^{lle} QUINTIN....	T	Electrochimie.	M ^{me} CHOQUET-	
MONOD.....	T	Chimie du métabolisme.	BRUAT.....	T Mécanique analytique et Mécanique céleste.
BENOIT.....	T	Physiologie anim. (Orsay).	M ^{lle} VEIL.....	Physiologie générale.
DE POSSEL.....	T	Analyse numérique.	LWOFF.....	T Microbiologie.
CHARLOT.....	T	Chimie analytique.	SIESTRUNSKA...	T Mécanique physique et ex- périmentale.
HAÏSSINSKY.....	T	Radiochimie.	LACOMBE.....	T Métallur. des métaux nucl.
LEMÉE.....	T	Phys. végétale (B.M.P.V.) (Orsay).	BROCHARD.....	T Physique (P.C.B.) (Orsay).
GUÉRIN.....	T	Chimie (M.P.C.) (Orsay).	CABANNES.....	T Mécanique générale.
M. CHATELET....		Chimie (P.C.B.).	LESIEUR.....	T Mathém. (M.P.C.) (Orsay).
JEAN.....	T	Physique nucléaire (Orsay).	MAZET.....	T Mécanique générale (Orsay).
MATTLER.....	T	Physique S.P.C.N. (Orsay).	CAIRE.....	Géographie phys. et Géol. dynamique.
L. MICHEL.....		Physique théor. des hautes énergies (Orsay).	COMOLET.....	Mécanique des fluides.
BERGERARD.....		Zoologie (Orsay).	CORABOEUF.....	Physiologie animale.
BERTEIN.....		Electronique (Orsay).	DELLOUE.....	Physique de l'exosphère.
BOUSSIÈRES.....		Chimie des radioéléments (Orsay).	GORENFLOT.....	Botanique II (Orsay).
M ^{me} COUTURE...		Thermodynamique et Méca- nique physique.	HOUILLOIS.....	Biologie animale (P.C.B.).
ELLENBERGER....		Géologie appl. sur le terr.	JULIEN J.....	Chimie (P.C.B.).
			MALGRANGE.....	Tech. math. de la phys.
			OLIVIER.....	Antropologie.
			NOZERAN.....	T Botanique II (Orsay).
			BLANC-LAPIERRE.	Physique (Ens.) (Orsay).

Secrétaire général R. POUILLAIN.

SOMMAIRE. — *Après avoir rappelé la théorie de la formation des images en microscopie optique et en microscopie électronique, nous décrivons un procédé analogique qui permet d'obtenir rapidement la répartition des éclairissements dans l'image d'un objet étendu. L'objet considéré peut être de forme et de dimensions quelconques, de phase ou d'amplitude. Nous étudions successivement le cas d'un objectif stigmatique avec mise au point rigoureuse, puis l'influence d'un défaut de mise au point avec ou sans aberration. Différents types d'éclairage sont envisagés : éclairage cohérent, contraste de phase, cohérence partielle, éclairage incohérent.*

INTRODUCTION

L'influence de la diffraction sur la structure de l'image d'un point lumineux est connue depuis 1864. AIRY a montré que, dans le cas d'un instrument parfaitement corrigé, le rayon de la tache de diffraction dépend de la longueur d'onde et de l'ouverture angulaire du faisceau.

De nombreux opticiens ont étudié l'évolution de la tache image en fonction des aberrations. Dès 1879, Lord RAYLEIGH [53] énonçait sa règle célèbre concernant l'aberration sphérique : un instrument peut être considéré comme parfait si les déformations de la surface d'onde n'excèdent pas $\lambda/4$.

BUXTON [7], MARTIN [45], CONRADY [9], PICHT [50], NIJBOER [48], FRANÇON [25], LANSRAUX [34, 35, 36], MARÉCHAL [44], STEEL [58] ont déterminé la répartition des éclairissements, dans l'image d'un point, pour différents cas d'aberration. Ces calculs ont permis de fixer les valeurs maximales que peuvent prendre les aberrations sans qu'elles affectent de façon sensible la qualité des images.

L'apparition de la transformation de FOURIER [1, 2], dont DUFFIEUX [14] a précisé les applications à l'optique, a permis la traduction, sous une forme mathématique simple, du phénomène de diffraction. On passe de la répartition des amplitudes dans la pupille à la répartition dans l'image par une analyse harmonique.

L'étude des images d'objets étendus est plus complexe. Les premiers calculs ont été effectués dans les cas extrêmes de l'incohérence ou de la cohérence parfaite :

Éclairage incohérent : les divers éléments de l'objet émettent des vibrations qui n'ont aucune liaison permanente de phase. L'éclairissement dans l'image s'obtient en additionnant les carrés des modules des amplitudes complexes. Ce calcul est souvent facilité par l'emploi de la transformation de FOURIER : la transformée de FOURIER de l'image est égale au produit de la transformée de l'objet par la transformée de la tache de diffusion instrumentale.

Éclairage cohérent : toutes les vibrations émises par l'objet sont en phase. L'éclairement se calcule en additionnant les amplitudes complexes et en prenant le carré du module. Les résultats n'ont été donnés que pour quelques objets particuliers. MARÉCHAL [41] a calculé le contraste de l'image d'un point noir, d'une ligne noire et d'un bord de plage vus par un instrument stigmatique parfaitement mis au point. STEEL [61] a généralisé ces résultats au cas d'un système aberrant et d'une obturation centrale. PRAT [51], à l'aide d'un intégrateur électronique, a pu déterminer la répartition des éclairements dans l'image d'un objet carré ou circulaire de dimensions quelconques ; ces mesures ont été effectuées dans le cas d'un objectif parfait éclairé en lumière incohérente.

Récemment, plusieurs auteurs, notamment ZERNIKE [67, 68], HOPKINS [30, 31], DUFFIEUX [15], BLANC-LAPIERRE et DUMONTET [3, 4, 16], WOLF [65, 66] ont introduit la théorie de la cohérence partielle. Dans les instruments utilisant une source auxiliaire pour éclairer l'objet (c'est le cas du microscope), l'aspect de l'image varie en fonction de l'ouverture du condenseur. L'expression générale de la correspondance entre l'objet et son image, en éclairage partiellement cohérent, se présente sous une forme assez compliquée et conduit souvent à des intégrations longues et difficiles. Le problème n'a trouvé de simplifications que dans quelques cas particuliers : lorsque les pupilles sont en fente et que l'objet est un ruban ou un demi-plan les équations deviennent unidimensionnelles (D. CANALS-FRAU et M^{me} M. ROUSSEAU [8, 49, 54]) ou lorsque l'optique et l'objet présentent une symétrie de révolution, comme c'est le cas des pupilles circulaires et des objets en forme de disque (S. SLANSKY [57], WEINSTEIN [64]). Nous nous proposons ici, de déterminer la distribution des éclairements dans l'image d'un objet de forme et de dimensions quelconques, la répartition des amplitudes et des phases dans le plan de l'objet pouvant obéir à des lois déterminées. Nous étudions le cas de l'instrument stigmatique, avec et sans défaut de mise au point, et, enfin, le cas où l'objectif présente de l'aberration sphérique. L'éclairage peut être cohérent, incohérent et, éventuellement, semi-cohérent. Lorsque les produits de convolution conduisent à de grosses difficultés mathématiques, nous utilisons un intégrateur de type analogique, spécialement conçu pour cette étude, et qui donne, rapidement, la répartition des éclairements dans le plan de l'image.

Les résultats obtenus trouvent des applications tant en microscopie optique qu'en microscopie électronique en fournissant une interprétation des images.

Considérations générales. — Depuis 1927 [13], on sait que le double aspect, corpusculaire et ondulatoire, de la lumière, se manifeste aussi dans les faisceaux d'électrons. L'expérience de DAVISSON et GERMER mit en évidence des anneaux de diffraction correspondant aux diverses valeurs des

distances réticulaires d'un cristal. Des phénomènes interférentiels, identiques à ceux qu'on obtient avec un biprisme de FRESNEL, ont été observés par plusieurs auteurs, en particulier MOLLENSTEDT [47], FERT, et FAGET [19, 20].

L'étude de la formation des images, en microscopie électronique, semble, de plus en plus, s'étayer sur les hypothèses fournies par la mécanique ondulatoire (FERT [22]). Les théories correspondantes se rapprochent des théories développées en optique. Toutes les techniques, classiques en optique, du fond noir, du défaut de mise au point, du contraste de phase... se retrouvent en microscopie électronique (FERT [18]).

Toutefois, en plus des ordres de grandeur qui affectent les longueurs d'onde (la longueur d'onde associée aux électrons est 100 000 fois plus petite que la longueur d'onde d'une radiation visible), il faut noter des différences fondamentales entre la microscopie optique et la microscopie électronique. Ces différences tiennent d'une part à la structure de l'objet et, d'autre part, aux caractéristiques de l'instrument.

En microscopie optique [26], les préparations biologiques peuvent se classer en 2 grandes catégories :

a) Objets d'amplitude. Les variations d'amplitude dues à de fortes absorptions (souvent inhérentes aux colorants) sont très nettes et il est valable d'admettre que le contraste de la préparation est unitaire.

b) Objets de phase. Les variations de phase existant entre les différents points de la préparation sont très faibles et la structure de l'objet disparaît complètement si l'on ne fait pas appel à des méthodes d'observation telles que le contraste de phase ou le contraste interférentiel [23].

Le microscope optique de bonne qualité est très bien corrigé au centre du champ et la résolution atteint $\lambda/2$, ou même moins. Lorsque l'ouverture numérique est suffisamment grande, le plan de mise au point est parfaitement défini et la transmission des fréquences spatiales ne dépend que de l'ouverture de l'objectif et des conditions d'éclairage.

En microscopie électronique, l'interaction des électrons incidents et des atomes de la préparation donne naissance à des ondes de nature différente : des ondes dites « cohérentes » dont l'orientation et la phase [10, 11, 12, 13, 22, 62] ne dépendent que de la largeur de la source et des déphasages de l'objet ; une onde incohérente due à la diffusion par les électrons. Nous admettons que cette diffusion inélastique est très réduite par l'emploi de préparations très minces et que seules les ondes « cohérentes » interviennent dans la formation des images.

Nous sommes alors en présence d'un objet présentant à la fois des variations de phase et des variations d'amplitude.

Les variations d'amplitude ne sont pas très grandes comme en microscopie photonique et l'on ne peut plus donner au contraste de l'objet une valeur unitaire. Par contre, les variations de phase peuvent être assez impor-

tantes pour apparaître dans les conditions d'observations courantes en microscopie électronique.

L'optique électronique présente toujours une forte aberration sphérique [17, 29]. Il en résulte que tous les objectifs travaillent avec une très faible ouverture (le diaphragme de l'objectif réduit l'ouverture à un angle de l'ordre de 10^{-2} radians et élimine une grande partie des rayons diffusés). Dans ces conditions, la limite de résolution est supérieure à 100 fois la longueur d'onde. On parvient à améliorer le contraste en fermant le condenseur et en tendant vers l'éclairage cohérent. Ce mode d'éclairage et l'influence des aberrations entraînent une interprétation difficile des images et une mauvaise définition du plan de mise au point.

Notations et hypothèses. — Nous reprendrons les notations de MARÉCHAL et FRANÇON [42]. La figure 1 représente le schéma très simplifié du système optique. Le condenseur dont le plan pupillaire est indiqué sur la figure par P_c possède, dans l'espace objet, l'ouverture numérique $\sin \alpha_c \simeq \alpha_c$. De même, l'objectif a pour pupille de sortie P_o et pour ouverture numérique $\sin \alpha_o \simeq \alpha_o$. Soit M un point du plan objet de coordonnées y, z et M' un point du plan image de coordonnées y', z' . Les points d'impact des rayons sur les pupilles sont caractérisés par β, γ et β', γ' . Pour simplifier, nous prenons le grandissement de l'objectif égal à 1.

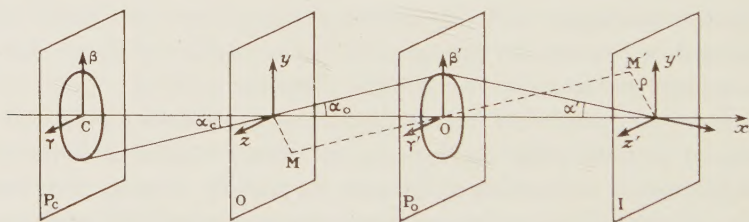


FIG. 1.

Dans la suite de l'exposé, il nous arrivera de raisonner comme si les plans, objet et image, étaient confondus (l'écartement entre ces 2 plans n'intervenant pas explicitement dans les calculs) de sorte que le vecteur $M - M'$ sera représenté par le vecteur joignant le point M' à l'image géométrique du point M .

Nous désignerons par λ la longueur d'onde visible ou la longueur d'onde associée, supposée parfaitement monochromatique.

Les formules seront établies en admettant la linéarité des filtres (au sens de BLANC-LAPIERRE et de DUMONTET) c'est-à-dire en supposant que la tache de diffraction reste invariable (en module et en argument) quand on translate le point objet dans le champ.

Pour simplifier l'écriture, on utilisera souvent les coordonnées réduites

en prenant pour unité de longueur la quantité $\frac{\lambda}{2\pi\alpha'_0}$, où α'_0 est l'ouverture maximum de l'objectif.

Plan du travail. — Les travaux antérieurs relatifs à l'influence mutuelle de la diffraction, des aberrations et du degré de cohérence de l'éclairage sur la formation des images se bornent à des cas particuliers : calcul du contraste, détermination des images dans le cas d'objets de formes simples.

Nous nous proposons, ici, de faire une étude plus complète afin de faciliter l'interprétation des images obtenues en microscopie optique et en microscopie électronique.

Dans la première partie, nous calculons la répartition des éclairagements dans l'image d'un très petit objet (de dimensions inférieures à la limite de résolution de l'instrument). On considère successivement un objet de phase (le déphasage étant $\pm \frac{\pi}{4}$ et $\pm \frac{\pi}{2}$) et un objet d'amplitude (de contraste 1 ou 0,5). On envisage les cas d'aberration couramment rencontrés en microscopie optique ou en microscopie électronique : défaut de mise au point de $\frac{\pi}{2}$, π ,

$\frac{3\pi}{2}$; aberration sphérique de $\frac{\pi}{2}$ avec mises au point au foyer paraxial, au foyer marginal et à égale distance du foyer paraxial et du foyer marginal. On traite, successivement, les cas de l'éclairage cohérent, du contraste de phase, de la cohérence partielle et, s'il y a lieu, de l'éclairage incohérent.

La deuxième partie est consacrée à l'étude et à la réalisation d'un intégrateur, de type analogique, permettant d'obtenir la répartition des éclairagements dans l'image d'un objet de forme et de dimensions quelconques.

Dans la troisième partie nous donnons quelques résultats concernant la formation des images d'objets étendus, dans le cas d'un objectif bien corrigé, en présence d'un défaut de mise au point et en fonction de l'aberration sphérique.

CHAPITRE I

CALCUL THÉORIQUE DE LA RÉPARTITION DES ÉCLAIREMENTS DANS L'IMAGE D'UN TRÈS PETIT DISQUE ABSORBANT OU DÉPHASANT.

Le calcul du contraste de l'image ne suffit pas, lorsque les aberrations sont importantes, à déterminer la limite de perception ou la limite de résolution de l'instrument.

Il est nécessaire, pour interpréter l'image, de connaître la répartition complète des éclairissements.

Nous nous placerons dans les conditions d'utilisation de l'instrument en tenant compte des aberrations de l'objectif, de l'ouverture du condenseur et de la nature de la préparation.

L'éclairement dans l'image est donné à un facteur près par la formule générale :

$$(1) I(M') = \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma(P) \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \Omega(M) E(M' - M) e^{-jMP} dM \right|^2 dP,$$

$\Omega(M)$ désigne la transparence réelle ou complexe de l'objet ;

$E(M)$ est la transformée de FOURIER de l'objectif de transparence $f(P)$;

$\Gamma(M)$ est la transformée de FOURIER du condenseur de transparence $\gamma(P)$.

En appelant p , le rapport d'ouverture du condenseur à l'ouverture de l'objectif : $p = \frac{\alpha_c}{\alpha_0}$, on a

$$(2) \quad \begin{cases} E(M) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{p_1} f(P) e^{-jMP} dP, \\ \Gamma(M) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{p_2} \gamma(P) e^{-jMP} dP, \\ G(M) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{p_3} f(P) e^{-jMP} dP, \end{cases}$$

ou encore

$$G(M) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{p_3} \gamma(P) f(P) e^{-jMP} dP$$

Dans le cas d'un objet isolé sur fond brillant, nous poserons :

$$(3) \quad \Omega(M) \begin{cases} = \omega(M) & \text{sur l'objet,} \\ = 1 & \text{en dehors de l'objet.} \end{cases}$$

L'équation (1) devient

$$(4) \quad I(M') = \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma(P) \left| \int_{-\infty}^{+\infty} E(M' - M) e^{-jMP} dM - \int_{\text{objet}} [1 - \omega(M)] E(M' - M) e^{-jMP} dM \right|^2 dP.$$

En tenant compte des égalités (2), on a

$$\int_{-\infty}^{+\infty} E(M' - M) e^{-jMP} dM = e^{-jM'P} \int_{-\infty}^{+\infty} E(M' - M) e^{j(M' - M)P} dM = 2\pi e^{-jM'P} f(P),$$

d'où

$$(5) \quad I(M') = \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma(P) \left| 2\pi e^{-jM'P} f(P) - \int_{\text{objet}} [1 - \omega(M)] E(M' - M) e^{-jMP} dM \right|^2 dP$$

$$\begin{aligned} I(M') = \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma(P) \left\{ 4\pi^2 |f(P)|^2 - 2\pi \int_{\text{objet}} [1 - \omega(M)]^* E^*(M' - M) \times \right. \\ \times f(P) e^{j(M - M')P} dM - 2\pi \int_{\text{objet}} [1 - \omega(M)] E(M' - M) f^*(P) e^{-j(M - M')P} dM \\ \left. - \int_{\text{objet}} [1 - \omega(M_1)] [1 - \omega(M_2)]^* E(M' - M_1) e^{-jM_1P} \times \right. \\ \left. \times E^*(M' - M_2) e^{jM_2P} dM_1 dM_2 \right\} dP. \end{aligned}$$

Dans le cas où l'objet est beaucoup plus petit que la limite de résolution de l'instrument, le dernier terme de (5) est négligeable. De plus, on a le droit d'écrire

$$(6) \quad I(M') = \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma(P) \cdot 4\pi^2 |f(P)|^2 dP - 4\pi S \mathcal{R} \times \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma(P) f(P) e^{-jM'P} (1 - \omega)^* E^*(M') dP \right\}$$

où $\mathcal{R}$ désigne la partie réelle du crochet.

Deux cas sont à envisager suivant que $p < 1$ ou $p \geq 1$.

a) $p < 1$. C'est le condenseur qui impose les limites des intégrales précédentes.

(7)

$$I(M') = 4\pi^2 \int_0^{2p} \gamma(P) dP - 4\pi S \mathcal{R} \int_0^p \gamma(P) f(P) e^{-jM'P} (1 - \omega^*) E^*(M') dP \\ = 8\pi^3 \Gamma(0) - 8\pi^2 S \mathcal{R} \left\{ G(M') (1 - \omega^*) E^*(M') \right\},$$

$\Gamma(M)$ est la transformée de FOURIER de la pupille du condenseur supposée circulaire et uniformément transparente. On a donc

$$\Gamma(M) = p^2 \frac{J_1(pM)}{pM}, \quad \text{d'où} \quad \Gamma(0) = \frac{p^2}{2}.$$

Nous normaliserons l'équation (7) en prenant l'unité comme valeur de l'éclairement « du fond », c'est-à-dire l'éclairement que l'on obtiendrait dans l'image en l'absence de l'objet. L'équation (7) devient

$$(8) \quad I(M') = 1 - \frac{2S}{\pi p^2} \mathcal{R} \left\{ G(M') (1 - \omega^*) E^*(M') \right\}.$$

b) $p \geq 1$. C'est l'objectif qui impose les limites d'intégration.

$$I(M') = 4\pi^2 \int_0^1 |f(P)|^2 dP - 4\pi S \mathcal{R} \int_0^1 f(P) e^{-jM'P} (1 - \omega^*) E^*(M') dP$$

ou encore, après normalisation,

$$(9) \quad I(M') = 1 - \frac{2S}{\pi} |1 - \omega^*| |E(M')|^2.$$

I. Objets de phase. — On sait que les objets de phase ne sont pas perceptibles en lumière incohérente, puisque c'est le facteur de transmission énergétique de l'objet qui intervient dans le calcul de l'image.

Nous étudierons donc successivement le cas de l'éclairage cohérent et le cas de l'éclairage partiellement cohérent.

A. Éclairage cohérent. L'amplitude en un point M est donnée par

$$(10) \quad A(M') = \int_{-1}^{+1} \Omega(M) E(M' - M) dM.$$

D'où, l'éclairement

$$(11) \quad I(M') = \left| \int_{-1}^{+1} \Omega(M) E(M' - M) dM \right|^2.$$

On retrouve cette formule à partir de (1) en faisant $p = 0$. Avec les notations adoptées précédemment, on a

$$\begin{aligned}
 (12) \quad A(M') &= \int_{-\infty}^{+\infty} E(M' - M) dM - \int_{\text{objet}} (1 - \omega) E(M' - M) dM \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} E(M' - M) dM - S(1 - \omega) E(M').
 \end{aligned}$$

Si $a(M')$ et $b(M')$ désignent les parties réelle et imaginaire de l'amplitude complexe de la tache de diffraction [$A(M') = a(M') + j b(M')$], on a, après normalisation,

$$(13) \quad 2E(M' - M) = a(M' - M) + j b(M' - M)$$

$$\text{avec } (14) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} E(M' - M) dM = 2\pi f(0).$$

Nous supposons que la différence de marche sur l'axe est nulle $\Delta(0) = 0$ puisque Δ n'est défini qu'à une constante arbitraire et nous prendrons $f(0) = 1$.

Remarque : Il faut noter que l'intégrale $\int_{-\infty}^{+\infty} E(M' - M) dM$ est essentiellement réelle. Il en résulte que la partie imaginaire de l'intégrale est nulle quelle que soit l'aberration qui affecte l'onde :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} b(M' - M) dM = 0.$$

En supposant que l'objet agit uniquement sur la phase, on a

$$\omega(M) = e^{jz}.$$

D'où l'amplitude normalisée

$$\begin{aligned}
 (15) \quad A(M') &= 1 - \frac{S}{4\pi} (1 - e^{jz}) [a(M') + j b(M')] - 1 - \\
 &- \frac{S}{4\pi} \{ [(1 - \cos \varphi) a(M') + \sin \varphi b(M')] + j [(1 - \cos \varphi) b(M') - \sin \varphi a(M')] \}.
 \end{aligned}$$

L'éclairement vaut alors, en négligeant S^2 ,

$$\begin{aligned}
 (16) \quad I(M') &= 1 - \frac{S}{2\pi} \Re \{ (1 - e^{jz}) (a + j b) \} \\
 &= 1 - \frac{S}{2\pi} \{ (1 - \cos \varphi) a(M') + \sin \varphi b(M') \}.
 \end{aligned}$$

Prenons quelques exemples en donnant à $a(M')$ et $b(M')$ les valeurs calculées dans les différents cas d'aberrations (9, 34, 35, 39).

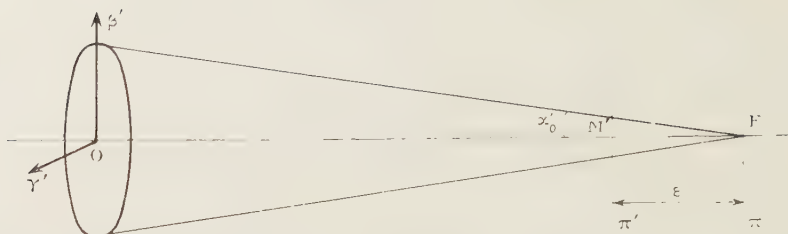
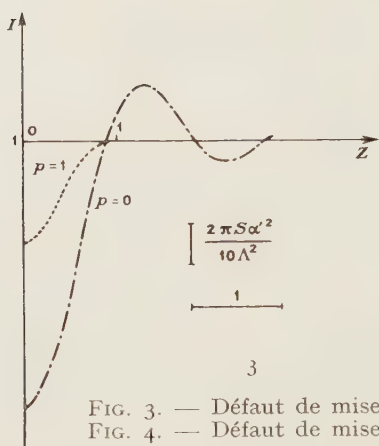
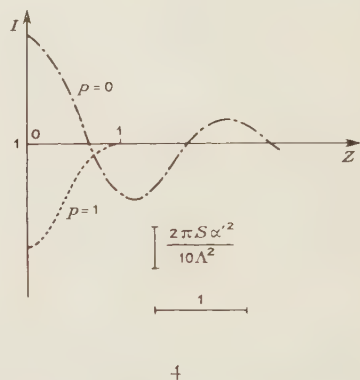


FIG. 2.

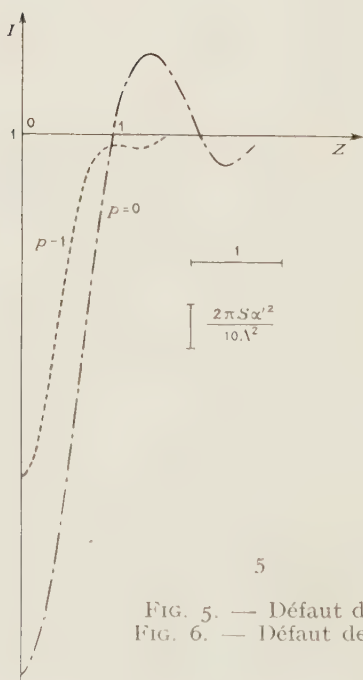


3

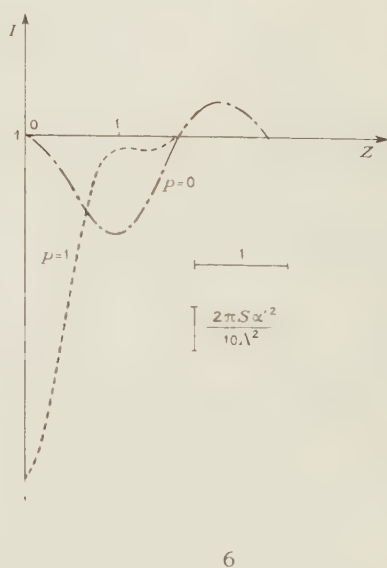


4

FIG. 3. — Défaut de mise au point $\Phi = +\pi/2$; $\varphi = -\pi/4$.
FIG. 4. — Défaut de mise au point $\Phi = +\pi/2$; $\varphi = -\pi/4$.



5



6

FIG. 5. — Défaut de mise au point $\Phi = \pi/2$; $\varphi = +\pi/2$.
FIG. 6. — Défaut de mise au point $\Phi = +\pi/2$; $\varphi = -\pi/2$.

a) *Défaut de mise au point* (fig. 2). — L'expression de l'amplitude au point M' du plan image est donnée, à un facteur près, par

$$(17) \quad A(y', z') = \int \int e^{j k \Delta} \cdot e^{-j k (\beta' y' + \gamma' z')} \cdot d\beta' d\gamma'.$$

Utilisons les coordonnées polaires sur la pupille, il vient

$$(18) \quad \Delta = \varepsilon \frac{\alpha'^2}{2} - \rho \alpha' \cos \varphi, \text{ si } \rho \text{ est la distance de } M' \text{ à l'axe de l'instrument.}$$

$$\text{D'où (19) } A(M') = \int_0^{\alpha'_0} \int_0^{2\pi} e^{j k (\varepsilon \frac{\alpha'^2}{2} - \rho \alpha' \cos \varphi)} \cdot \alpha' d\alpha' \cdot d\varphi.$$

$$\text{Posons } \frac{\alpha'}{\alpha'_0} = t; \quad k \rho \alpha'_0 = Z \quad \text{et} \quad \Phi = k \varepsilon \frac{\alpha'^2_0}{2}.$$

Une intégration, par rapport à φ , donne

$$(20) \quad \begin{aligned} A(M') &= \alpha'^2_0 \int_0^1 e^{j \Phi t^2} J_0(t \cdot Z) t \cdot dt \\ &= \frac{\alpha'^2_0}{2} \int_0^1 e^{j \Phi t^2} J_0(t \cdot Z) d(t^2). \end{aligned}$$

D'après l'équation (20), on voit que deux mises au point dans des plans symétriques par rapport au foyer paraxial donnent à l'amplitude $E(M')$ deux valeurs complexes conjuguées. Il en résulte, d'après (16), que

$$I(M', +\Phi, +\varphi) = I(M', -\Phi, -\varphi)$$

et encore

$$I(M', +\Phi, -\varphi) = I(M', -\Phi, +\varphi).$$

Nous donnerons à φ les valeurs couramment rencontrées en microscopie électronique : $\varphi = +\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, +\frac{\pi}{2}$ et $-\frac{\pi}{2}$, (ces déphasages peuvent être mesurés par une méthode interférentielle).

$$\left. \begin{aligned} &\Phi = +\frac{\pi}{2}, \quad \varphi = +\frac{\pi}{4} \quad \text{ou} \quad \Phi = -\frac{\pi}{2}, \quad \varphi = -\frac{\pi}{4} \quad (\text{fig. 3}) \\ &\Phi = +\frac{\pi}{2}, \quad \varphi = -\frac{\pi}{4} \quad \text{ou} \quad \Phi = -\frac{\pi}{2}, \quad \varphi = +\frac{\pi}{4} \quad (\text{fig. 4}) \\ &\Phi = +\frac{\pi}{2}, \quad \varphi = +\frac{\pi}{2} \quad \text{ou} \quad \Phi = -\frac{\pi}{2}, \quad \varphi = -\frac{\pi}{2} \quad (\text{fig. 5}) \\ &\Phi = +\frac{\pi}{2}, \quad \varphi = -\frac{\pi}{2} \quad \text{ou} \quad \Phi = -\frac{\pi}{2}, \quad \varphi = +\frac{\pi}{2} \quad (\text{fig. 6}) \end{aligned} \right\}$$

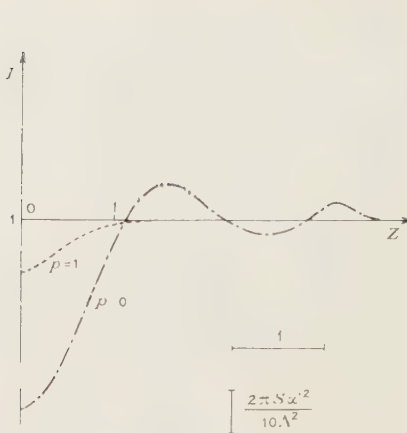


FIG. 7. — Défaut de mise au point
 $\Phi = -\pi$; $\varphi = +\pi/4$.

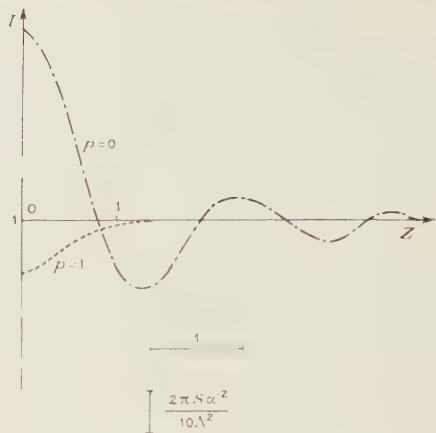


FIG. 8. — Défaut de mise au point
 $\Phi = -\pi$; $\varphi = -\pi/4$.

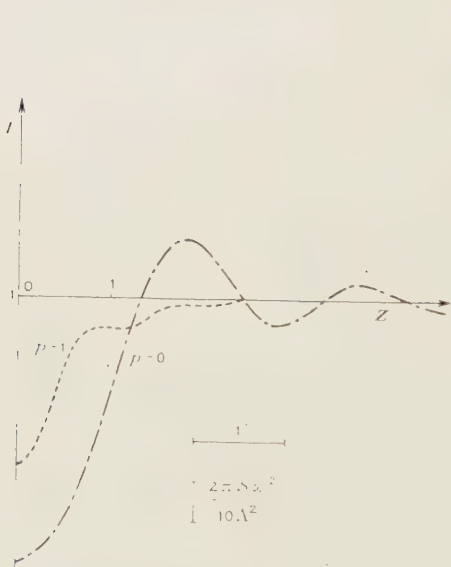


FIG. 9. — Défaut de mise au point
 $\Phi = +\pi$; $\varphi = +\pi/2$.

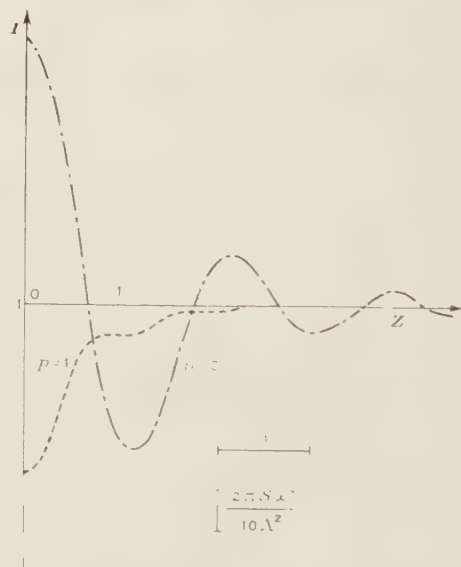


FIG. 10. — Défaut de mise au point
 $\Phi = +\pi$; $\varphi = -\pi/2$.

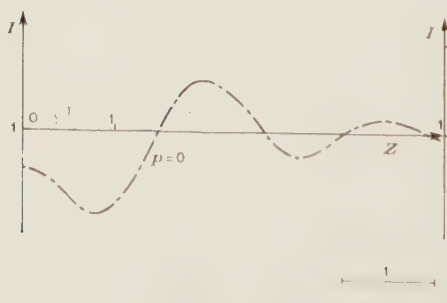


FIG. 11. — Défaut de mise au point
 $\Phi = +3\pi/2$; $\varphi = +\pi/4$.

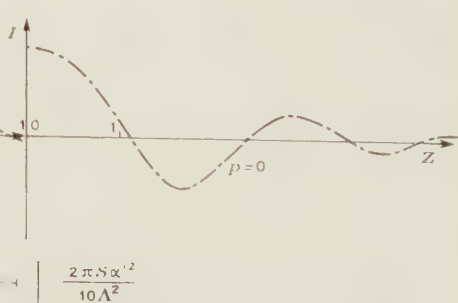


FIG. 12. — Défaut de mise au point
 $\Phi = +3\pi/2$; $\varphi = -\pi/4$.

$$\begin{cases} \Phi = +\pi, & \varphi = +\frac{\pi}{4} \quad (\text{fig. 7}) \\ \Phi = +\pi, & \varphi = -\frac{\pi}{4} \quad (\text{fig. 8}) \\ \Phi = +\pi, & \varphi = +\frac{\pi}{2} \quad (\text{fig. 9}) \\ \Phi = +\pi, & \varphi = -\frac{\pi}{2} \quad (\text{fig. 10}) \end{cases} \quad \begin{cases} \Phi = +\frac{3\pi}{2} & \varphi = +\frac{\pi}{4} \quad (\text{fig. 11}) \\ \Phi = +\frac{3\pi}{2} & \varphi = -\frac{\pi}{4} \quad (\text{fig. 12}) \\ \Phi = +\frac{3\pi}{2} & \varphi = +\frac{\pi}{2} \quad (\text{fig. 13}) \\ \Phi = +\frac{3\pi}{2} & \varphi = -\frac{\pi}{2} \quad (\text{fig. 14}) \end{cases}$$

b. *Aberration sphérique pure* (Mise au point au foyer paraxial). — La répartition des amplitudes est donnée par la formule

$$(21) \quad A(M') = \int_0^1 e^{j\Phi' t^4} J_0(t \cdot Z) dt^2$$

où Φ' est le coefficient d'aberration sphérique.

(On sait qu'en microscopie électronique les rayons marginaux sont plus déviés que les rayons paraxiaux).

$A(M')$ se décompose en 2 intégrales,

$$\begin{cases} a(Z) = \int_0^1 J_0(t \cdot Z) \cos \Phi' t^4 \cdot dt^2 \\ b(Z) = \int_0^1 J_0(t \cdot Z) \sin \Phi' t^4 \cdot dt^2. \end{cases}$$

On donne les valeurs de l'éclairement image pour

$$\begin{cases} \Phi' = +\frac{\pi}{2} & \varphi = +\frac{\pi}{4} & (\text{fig. 15}) \\ \Phi' = +\frac{\pi}{2} & \varphi = -\frac{\pi}{4} & (\text{fig. 16}) \\ \Phi' = +\frac{\pi}{2} & \varphi = +\frac{\pi}{2} & (\text{fig. 17}) \\ \Phi' = +\frac{\pi}{2} & \varphi = -\frac{\pi}{2} & (\text{fig. 18}) \end{cases}$$

c. *Aberration sphérique et défaut de mise au point*. — Si l'on rappelle l'impossibilité de corriger l'aberration sphérique en microscopie électronique, on voit que l'observation se fait toujours en présence d'aberration sphérique et de défaut de mise au point. Dans ces conditions, l'équation donnant la répartition des amplitudes devient

$$(22) \quad A(M') = \int_0^1 e^{j(\Phi' t^4 + \Phi t^2)} \cdot J_0(t \cdot Z) dt^2.$$

D'où

$$\begin{cases} a(Z) = \int_0^1 J_0(t \cdot Z) \cos(\Phi' t^4 + \Phi t^2) dt \\ b(Z) = \int_0^1 J_0(t \cdot Z) \sin(\Phi' t^4 + \Phi t^2) dt \end{cases}$$

Les résultats sont donnés dans les cas particuliers suivants :

$\Phi' = +\frac{\pi}{2}$, $\Phi = -\frac{\pi}{2}$ (mise au point à égale distance du foyer paraxial et du foyer marginal).

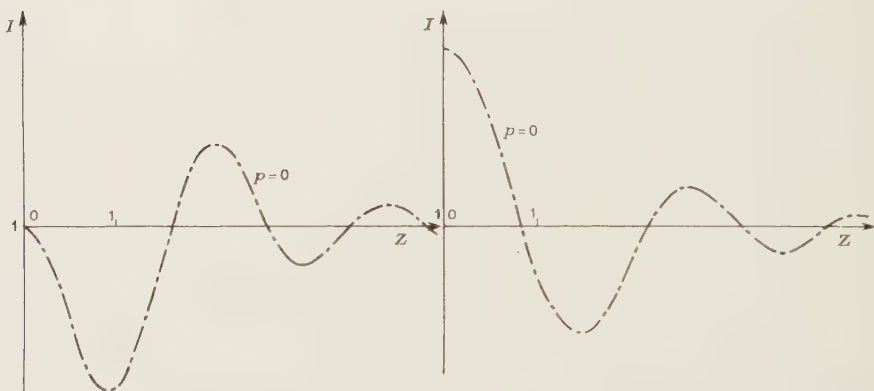


FIG. 13. — Défaut de mise au point
 $\Phi = +3\pi/2$; $\varphi = +\pi/2$.

FIG. 14. — Défaut de mise au point
 $\Phi = +3\pi/2$; $\varphi = -\pi/2$.

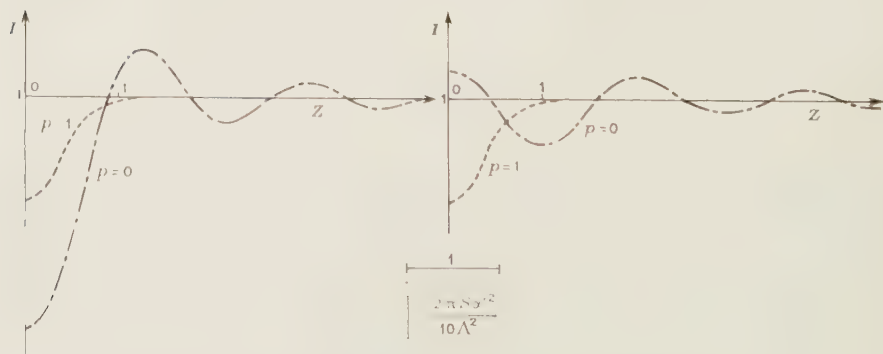


FIG. 15 et 16. — Aberration sphérique (mise au point au foyer paraxial)
 $\Phi' = +\pi/2$; $\Phi = 0$ (fig. 15 : $\varphi = +\pi/4$; fig. 16 : $\varphi = -\pi/4$).

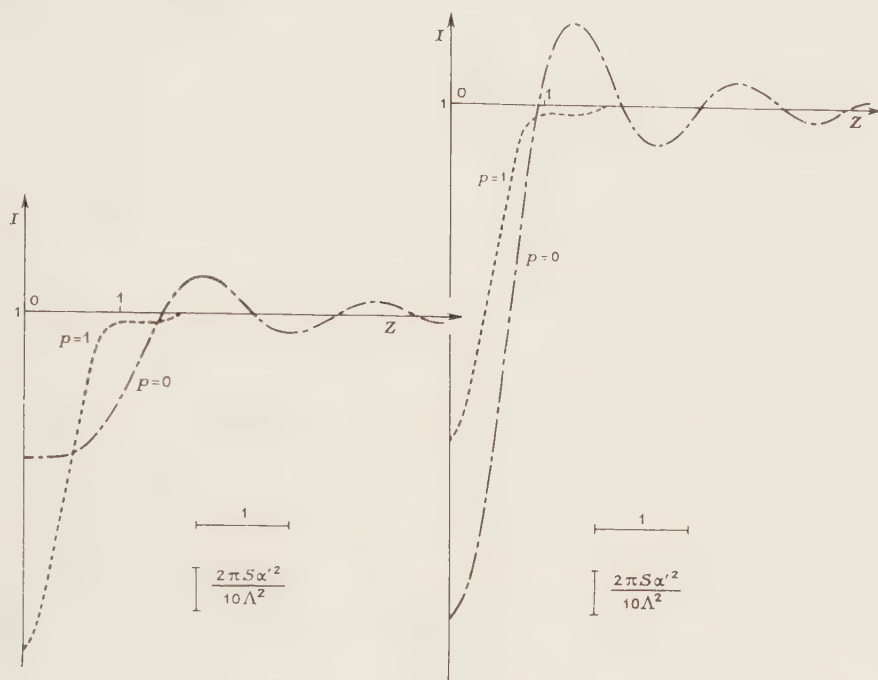


FIG. 17 et 18. — Aberration sphérique (mise au point au foyer paraxial)
 $\Phi' = +\pi/2$; $\Phi = 0$ (fig. 17 : $\xi = +\pi/2$; fig. 18 : $\xi = -\pi/2$).

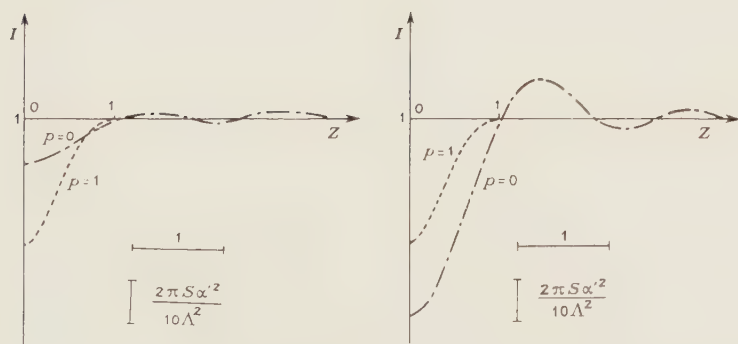


FIG. 19 et 20. — Aberration sphérique $\Phi' = +\pi/2$ compensée par un défaut de mise au point $\Phi = -\pi/2$ (mise au point au milieu de F. M.) (fig. 19 : $\xi = +\pi/4$; fig. 20 : $\xi = -\pi/4$).

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = +\frac{\pi}{4} \end{array} \right. \quad (\text{fig. 19})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = -\frac{\pi}{4} \end{array} \right. \quad (\text{fig. 20})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = +\frac{\pi}{2} \end{array} \right. \quad (\text{fig. 21})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = -\frac{\pi}{2} \end{array} \right. \quad (\text{fig. 22})$$

$\Phi' = +\frac{\pi}{2}$, $\Phi = -\pi$ (mise au point au foyer marginal).

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = +\frac{\pi}{4} \end{array} \right. \quad (\text{fig. 23})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = -\frac{\pi}{4} \end{array} \right. \quad (\text{fig. 24})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = +\frac{\pi}{2} \end{array} \right. \quad (\text{fig. 25})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = -\frac{\pi}{2} \end{array} \right. \quad (\text{fig. 26})$$

Conclusion. — Dans le cas d'un point opaque sur fond brillant, vu par un objectif parfait exactement mis au point, le calcul du contraste relatif (avec la définition qu'en a donnée MARÉCHAL [41], $C = \frac{I(0)}{I(\infty)}$) était suffisant pour déterminer l'aspect de l'image et pour calculer la limite de perception de l'instrument. Lorsqu'on a un objet de phase et un objectif plus ou moins aberrant, le rapport des intensités au centre et à l'infini perd toute signification car $I(0)$ est souvent loin d'être un extremum pour la courbe représentative de l'éclairement. (C'est ce que montrent les figures 6, 11, 12, 13, 16 et 25.) Il est donc utile de donner la répartition complète des éclairissements pour connaître l'aspect de l'image. Pour calculer la limite de perception de l'instrument, compte tenu de la nature de la préparation, nous adopterons, pour définition du contraste, $C = \frac{I_{\text{MAX}}}{I(\infty)}$.

B. Contraste de phase. Le contraste de phase est utilisé en microscopie optique depuis de nombreuses années [23, 26]. Avec des objectifs bien corrigés de l'aberration sphérique, la position de la lame de phase est parfaitement déterminée (quand, par hasard, on utilise un objectif très ouvert et entaché d'aberration sphérique, on est obligé de déplacer la lame de phase suivant l'axe optique afin de l'amener successivement en coïncidence avec les foyers correspondant aux différentes hauteurs pupillaires des rayons). Récemment, le contraste de phase a été appliqué en microscopie électronique [18] pour l'observation d'objets faiblement déphasant. Malgré la

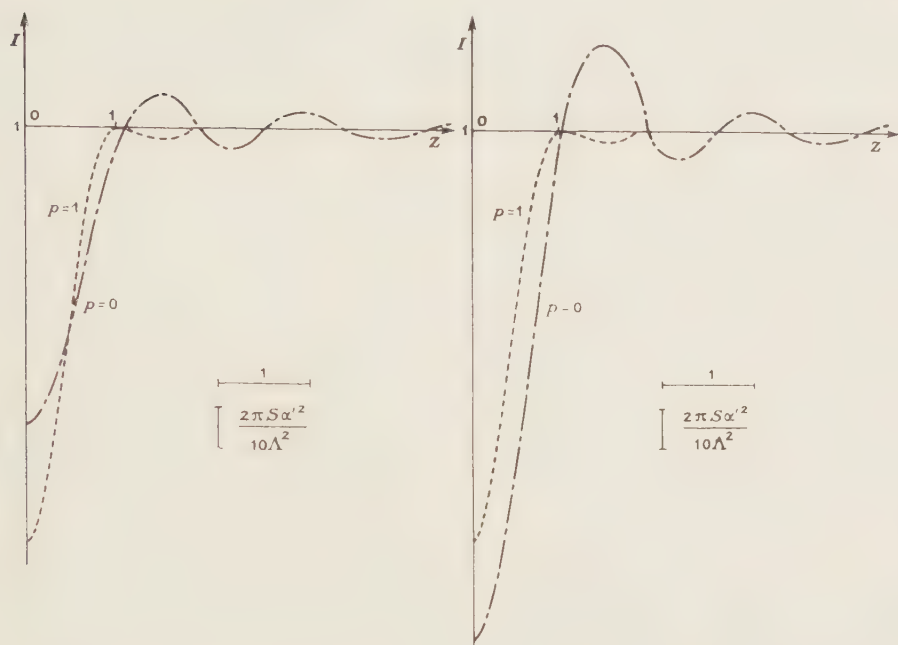


FIG. 21 et 22. — Aberration sphérique $\Phi' = +\pi/2$ compensée par un défaut de mise au point $\Phi = -\pi/2$ (mise au point au milieu de FM) (fig. 21 : $\varphi = +\pi/2$; fig. 22 : $\varphi = -\pi/2$).

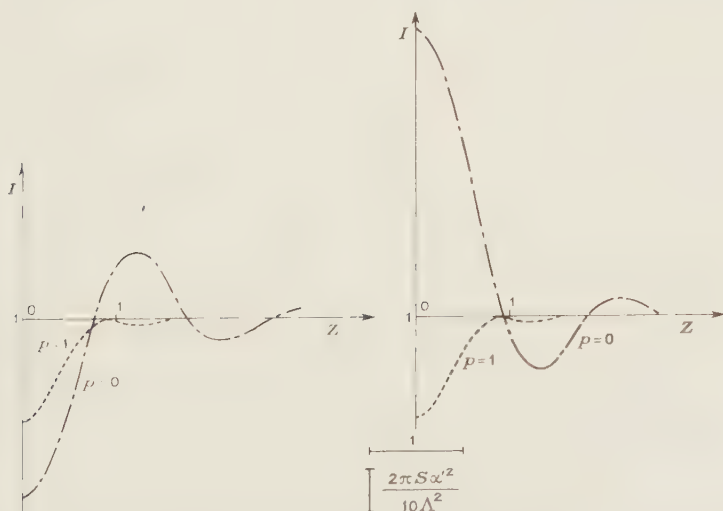


FIG. 23 et 24. — Aberration sphérique (mise au point au foyer marginal) $\Phi' = +\pi/2$; $\Phi = -\pi$ (fig. 23 : $\varphi = +\pi/4$; fig. 24 : $\varphi = -\pi/4$).

présence d'une forte aberration sphérique, l'emploi du contraste de phase est possible grâce aux faibles ouvertures de l'optique électronique.

1) Sans lame de phase, la répartition des amplitudes dans le plan image est donnée, à partir de (15), par

$$(23) \quad A(M') = 1 - \frac{S}{4\pi} \varphi [b(M') - j a(M')],$$

d'où l'éclairement, en négligeant φ^2 ,

$$(24) \quad I(M') = A(M') A^*(M') = 1 - \frac{S}{2\pi} \times \varphi \times b(M').$$

L'objet ne sera perceptible que si b est différent de zéro, c'est-à-dire si l'onde est aberrante (seule la partie imaginaire de l'amplitude intervient dans l'éclairement).

2) La présence de la lame de phase introduit un déphasage de $\frac{\pi}{2}$ du fond cohérent. Toutes les lames de phase utilisées actuellement en microscopie électronique produisent une avance de phase sur la surface d'onde d'où un contraste de phase positif [18]. $A(M')$ devient

$$(25) \quad A(M') = j - \frac{S}{4\pi} \varphi [b(M') - j a(M')],$$

$$(26) \quad I(M') = 1 + \frac{S}{2\pi} \varphi a(M').$$

C'est uniquement la partie réelle de l'amplitude qui intervient dans le calcul de l'éclairement.

On retrouve les résultats bien connus : un objet de phase est invisible dans le cas d'un objectif, parfaitement mis au point, il n'apparaît que par influence d'un défaut de mise au point ou par adjonction d'une lame de phase.

En se reportant aux figures (27, 28, 29) donnant la répartition des amplitudes dans les taches de diffraction, on verra dans quels cas il sera avantageux ou non d'utiliser le contraste de phase.

a. *Défaut de mise au point.* Il est bien évident que la meilleure image est obtenue, en contraste de phase, au foyer paraxial.

Dans les cas d'un défaut de mise au point $\Phi = +\frac{\pi}{2}$ (fig. 27), le contraste est le même avec ou sans lame de phase. Mais la résolution est nettement meilleure dans le cas de l'observation ordinaire.

$\Phi = +\pi$ (fig. 28). Seul le défaut de mise au point donne une image correcte du petit objet de phase.

$\Phi = +\frac{3\pi}{2}$ (fig. 29). Le contraste est le même dans les deux cas mais le

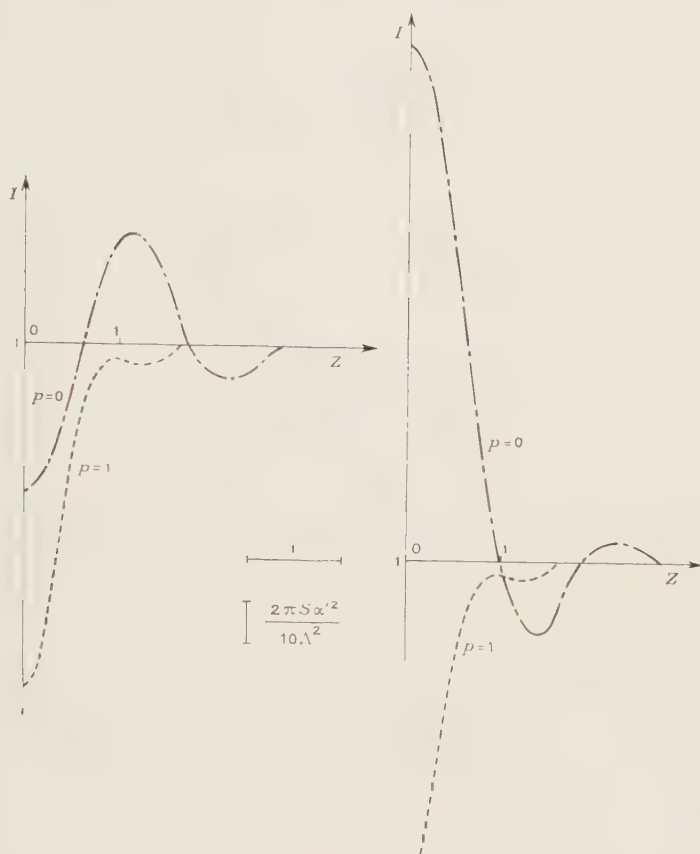


FIG. 25 et 26. — Aberration sphérique (mise au point au foyer marginal)
 $\Phi' = +\pi/2$; $\Phi = \pi$ (fig. 25 : $\varphi = -\pi/2$; fig. 26 : $\varphi = \pi/2$).

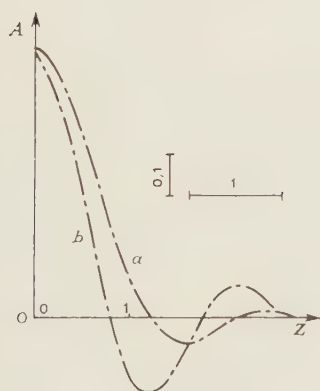


FIG. 27. — Défaut de mise
 au point $\Phi = +\pi/2$.

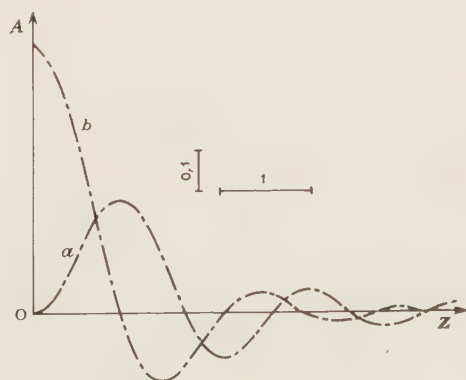


FIG. 28. — Défaut de mise
 au point $\Phi = +\pi$.

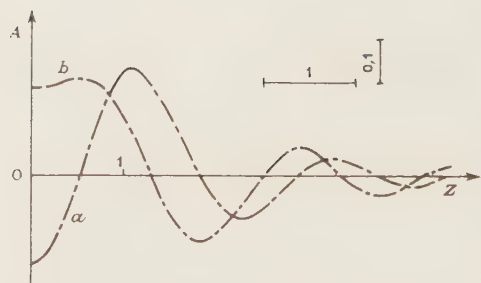


FIG. 29. — Défaut de mise au point $\Phi = +3\pi/2$.

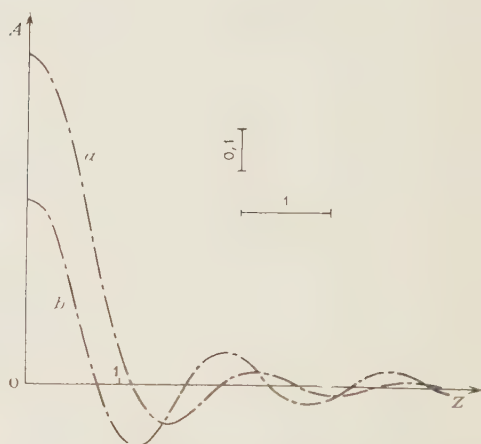


FIG. 30. — Aberration sphérique (mise au point au foyer paraxial) $\Phi' = +\pi/2$.



FIG. 31. — Aberration sphérique $\Phi' = +\pi/2$ compensée par $\Phi = -\pi/2$ (mise au point au milieu de FM).



FIG. 32. — Aberration sphérique $\Phi' = +\pi/2$. Défaut de mise au point $\Phi = -\pi$ (mise au point au foyer marginal).

contraste de phase donne une image plus conforme à la réalité et une résolution acceptable.

b. *Aberration sphérique pure*. $\Phi' = +\frac{\pi}{2}$ (fig. 30). L'utilisation du contraste de phase est avantageuse.

c. *Aberration sphérique et défaut de mise au point*. $\Phi' = +\frac{\pi}{2}$; $\Phi = -\frac{\pi}{2}$ (fig. 31). Il faut mettre en évidence la partie réelle a de $A(M')$. L'utilisation du contraste de phase s'impose.

$\Phi' = +\frac{\pi}{2}$; $\Phi = -\pi$ (fig. 32). C'est au contraire la partie imaginaire $b(M')$ qu'il faut utiliser. Une telle aberration permet de faire apparaître l'objet alors que le contraste de phase donne une perception et une résolution bien moins bonnes.

Conclusion. — Quand l'onde est aberrante, on voit que ce n'est pas toujours le contraste de phase qui fournit les meilleures performances de perception ou de résolution.

Dans le cas du microscope électronique présentant toujours de l'aberration sphérique, l'observation des petits objets de phase devra se faire :

1° en contraste de phase, dans un plan de mise au point situé à égale distance des foyers paraxial et marginal (c'est cette mise au point qu'on utilise couramment pour l'observation des objets d'amplitude, en effet, ici, l'écart Δ est égal à $\lambda/4$ et satisfait à la règle de Lord RAYLEIGH);

2° en microscopie électronique ordinaire, dans un plan de mise au point passant par le foyer marginal.

C. Cohérence partielle. — Lorsque p est petit, on peut considérer que la surface d'onde aberrante et la sphère de référence sont confondues sur une surface égale à l'ouverture du condenseur; c'est-à-dire qu'on a le droit d'écrire, d'après (2),

$$G(M) = \frac{1}{2\pi} \int_0^r \gamma(P) e^{-jMP} dP$$

la formule (8) s'écrit alors

$$I(M') = 1 - \frac{2S}{\pi} \frac{J_1(pM')}{pM'} |(1 - \omega^*) \times E^*(M')| =$$

$$= 1 - \frac{S}{\pi} \frac{J_1(pM')}{pM'} [(1 - \cos \varphi) a(M') + \sin \varphi b(M')].$$

La répartition d'éclairement au centre est sensiblement la même qu'en éclairage cohérent mais l'intensité des franges est moins grande.

Lorsque $p = 1$, l'équation (9) devient

$$\begin{aligned}
 (27) \quad I(M') &= 1 - \frac{2S}{\pi} \mathcal{R}(1 - \omega) |E(M')|^2 \\
 &= 1 - \frac{2S}{\pi} (1 - \cos \varphi) |E(M')|^2 \\
 &= 1 - \frac{S}{2\pi} (1 - \cos \varphi) (a^2 + b^2).
 \end{aligned}$$

Remarques. On voit, d'après cette dernière équation, que le signe de φ n'intervient plus dans la répartition des éclairéments.

D'autre part, un objet très faiblement déphasant n'est plus perceptible avec une telle ouverture du condenseur. En effet (27) s'écrit

$$(28) \quad I(M') = 1 - \frac{S}{4\pi} \varphi^2 |E(M')|^2$$

et devient fonction de φ^2 alors que, dans le cas de l'éclairage cohérent, l'éclairement était une fonction linéaire de φ .

Pour $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$, le disque se comporte comme un objet noir ($C = 1$). Les résultats sont donnés dans le chapitre se rapportant aux objets d'amplitude.

Résultats. Nous donnons la répartition d'éclairement pour $\varphi = \frac{\pi}{4}$ dans les différents cas d'aberration précédemment étudiés.

a. Défaut de mise au point.

$$\Phi = \pm \frac{\pi}{2}; \quad \varphi = \pm \frac{\pi}{4} \quad (\text{fig. 3 et 4}).$$

$$\Phi = \pm \pi; \quad \varphi = \pm \frac{\pi}{4} \quad (\text{fig. 7 et 8}).$$

b. Aberration sphérique pure

$$\Phi' = + \frac{\pi}{2}; \quad \varphi = \pm \frac{\pi}{4} \quad (\text{fig. 15 et 16}).$$

c. Aberration sphérique et défaut de mise au point.

$$\Phi' = + \frac{\pi}{2}; \quad \Phi = - \frac{\pi}{2}; \quad \varphi = \pm \frac{\pi}{4} \quad (\text{fig. 19 et 20}).$$

$$\Phi' = + \frac{\pi}{2}; \quad \Phi = - \pi; \quad \varphi = \pm \frac{\pi}{4} \quad (\text{fig. 23 et 24}).$$

Conclusion. — La perception des objets de phase n'est pratiquement possible qu'en éclairage cohérent, dans certains plans de mise au point privilégiés ou en contraste de phase.

Au contraire, si l'on veut observer des objets d'amplitude et éliminer « les défauts de phase » de la préparation, il faut ouvrir le condenseur : *un rapport d'ouverture $p = 1$ suffit sans qu'il soit nécessaire d'atteindre l'éclairage incohérent.*

II. Objets d'amplitude. — On traitera le cas d'objets sombres sur fond brillant.

On appellera A et B les facteurs de transmission des amplitudes en dehors de l'objet et sur l'objet.

En prenant $A = 1$, il vient $B/A = B = K$.

A. Éclairage cohérent.

$$(29) \quad A(M') = 1 - \frac{KS}{2\pi} E(M') = 1 - K \frac{S}{4\pi} (a + j b),$$

$$(30) \quad I(M') = 1 - K \frac{S}{2\pi} a(M').$$

$I(M')$ est fonction uniquement de la partie réelle de E .

a. Défaut de mise au point. — Les répartitions d'éclairement sont données pour

$$\Phi = 0; \quad K = 1 \quad (\text{fig. 33});$$

$$\Phi = + \frac{\pi}{2}; \quad K = 1 \quad (\text{fig. 34});$$

$$\Phi = + \pi; \quad K = 1 \quad (\text{fig. 35});$$

$$\Phi = \frac{3\pi}{2}; \quad K = 1 \quad (\text{fig. 36}).$$

Remarque. Les images sont identiques de part et d'autre du foyer paraxial puisque $I(M')$ ne dépend que de la partie réelle $a(M')$.

b. Aberration sphérique pure.

$$\Phi' = + \frac{\pi}{2}; \quad K = 1 \quad (\text{fig. 37});$$

c. Aberration sphérique et défaut de mise au point.

$$\Phi' = \frac{\pi}{2}; \quad \Phi = - \frac{\pi}{2}; \quad K = 1 \quad (\text{fig. 38});$$

$$\Phi' = + \frac{\pi}{2}; \quad \Phi = - \pi; \quad K = 1 \quad (\text{fig. 39}).$$

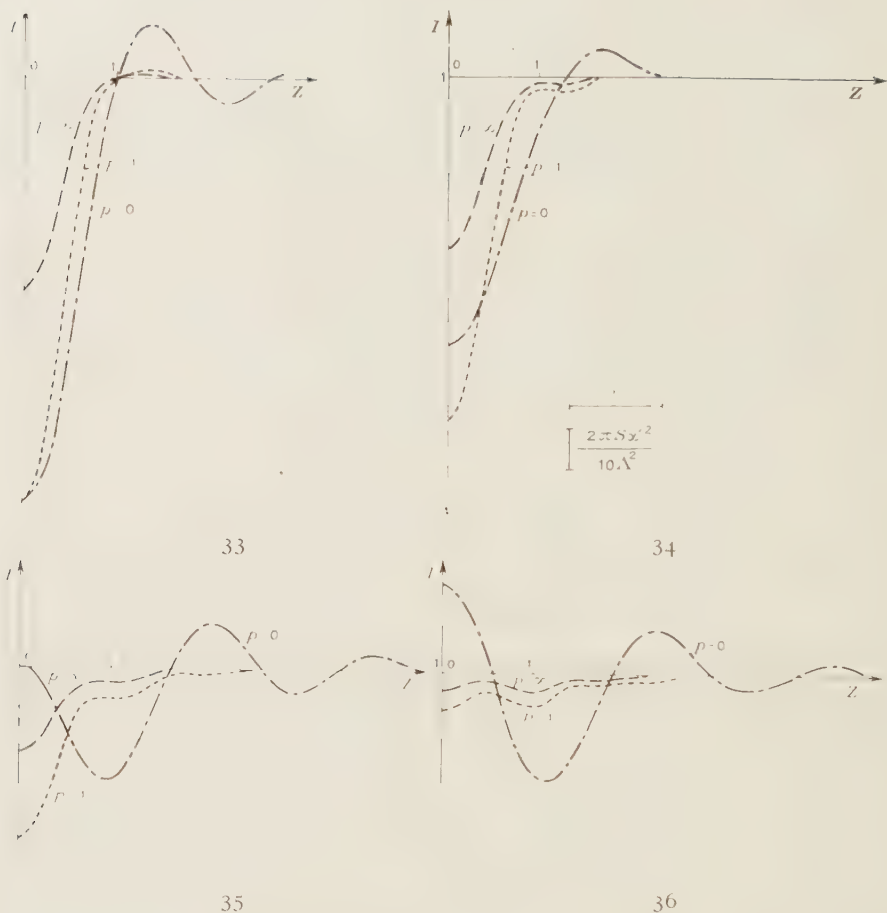


FIG 33, 34, 35 et 36. — Images d'un très petit disque noir ($C = 1$). fig. 33 : Objectif parfait, mise au point au foyer paraxial ; fig. 34 : Défaut de mise au point $\Phi = +\pi/2$; fig. 35 : Défaut de mise au point $\Phi = \pi$; fig. 36 : Défaut de mise au point $\Phi = 3\pi/2$.

B. Contraste de phase. — L'équation (29) devient

$$A(M') = \mathbf{j} - K \frac{S}{4\pi} (a + \mathbf{j}b).$$

$$(31) \quad I(M) = 1 - \frac{KS}{2\pi} b(M).$$

Il est curieux de voir que, lorsque la partie imaginaire de l'amplitude est prépondérante, le contraste de phase peut faciliter la perception de certains petits objets d'amplitude.

Toutefois, il est toujours possible de choisir un plan de mise au point tel que $a(M')$ soit grand.

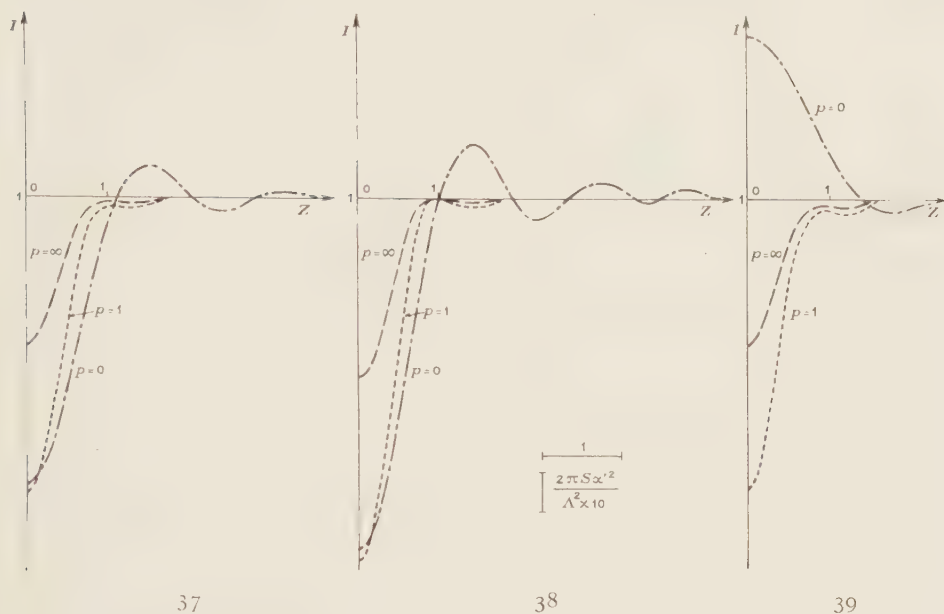


FIG. 37, 38 et 39. — Image d'un petit disque noir ($C = 1$). fig. 37 : Aberration sphérique pure $\Phi' = +\pi/2$; $\Phi = 0$; fig. 38 : Aberration sphérique $\Phi' = +\pi/2$. Défaut de mise au point $\Phi = -\pi/2$; fig. 39: Aberration sphérique $\Phi' = +\pi/2$; $\Phi = -\pi$.

C. Cohérence partielle. — Pour p petit, on a

$$I(M') = 1 - K \frac{S}{\pi} \frac{J_1(pM')}{pM'} a(M').$$

Pour un rapport d'ouvertures égal à 1, l'éclairement devient

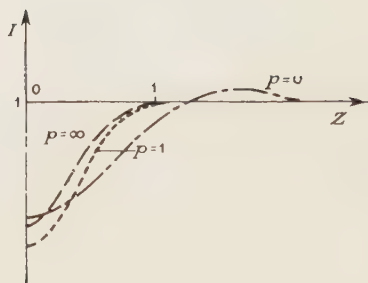
$$(32) \quad I(M') = 1 - \frac{SK}{2\pi} (a^2 + b^2).$$

Les figures (33 à 39) donnent l'allure des courbes pour $K = 1$.

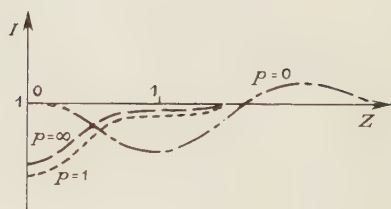
D. Éclairage incohérent. On ne peut plus utiliser directement l'équation (1), car il y a une indétermination du fait que S est petit et p très grand.

$$I(M') = \int_{-\infty}^{+\infty} |E(M' - M)|^2 dM - \int_{\text{objet}} [1 - (1 - K)^2] |E(M' - M)|^2 dM$$

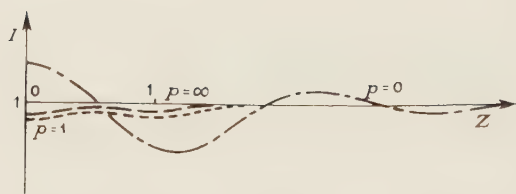
$$= \int_{-\infty}^{+\infty} |f(P)|^2 dP - [1 - (1 - K)^2] S |E(M')|^2.$$



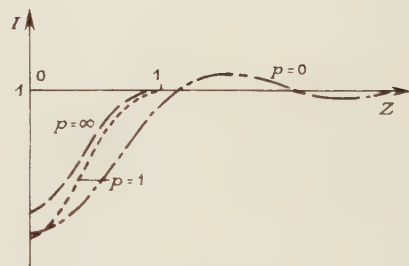
40



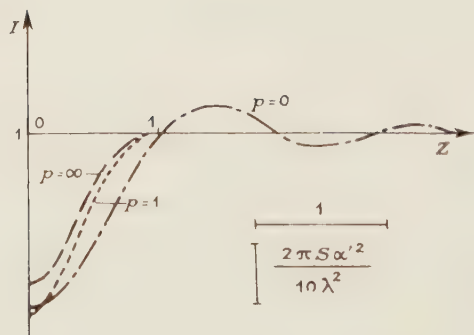
41



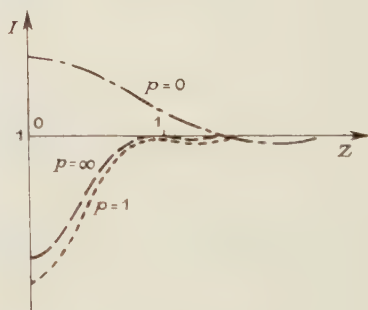
42



43



44



45

FIG. — 40, 41, 42, 43, 44 et 45. — Images d'un disque sombre ($C = 0,5$). fig. 40 : Défaut de mise au point $\Phi = +\pi/2$; fig. 41 : Défaut de mise au point $\Phi = +\pi$; fig. 42 : Défaut de mise au point $\Phi = +3\pi/2$; fig. 43 : Aberration sphérique. $\Phi' = +\pi/2$; fig. 44 : $\Phi' = +\pi/2$; $\Phi = -\pi/2$; fig. 45 : $\Phi' = +\pi/2$; $\Phi = -\pi$.

Après normalisation

$$(33) \quad I(M') = 1 - \frac{[1 - (1 - K)^2] \times S}{4\pi} (a^2 + b^2) \quad (\text{fig. 33 à 39}).$$

Prenons, comme autre exemple, le cas d'un contraste objet égal à 0,5 :

$$C = 0,5; \quad (1 - K)^2 = 0,5 \quad \text{d'où } K = 0,293.$$

Les équations (30), (32), (33) deviennent

$$(34) \quad I(M')_{p=0} = 1 - 0,293 \frac{S}{2\pi} a(M');$$

TABLEAU I.

Limites de perception (en Angstroms) obtenues en
microscopie électronique $\lambda = 0,04 \text{ \AA}$

	$\Phi = 0$	$\Phi = + \frac{\pi}{2}$	$\Phi = + \pi$	$\Phi = + \frac{3\pi}{2}$	$\Phi' = + \frac{\pi}{2}$	$\Phi' = + \frac{\pi}{2}$	$\Phi' = + \frac{\pi}{2}$	$\Phi' = + \frac{\pi}{2}$
$\varphi = - \frac{\pi}{4}$	1,83	1,25	1,49	2,24	1,36	3,01	1,54	
$\varphi = - \frac{\pi}{4}$	1,83	1,96	1,49	2,18	3,02	1,46	1,44	
$p = 0 \quad \varphi = + \frac{\pi}{2}$	1,00	0,89	1,25	1,60	1,72	1,19	1,72	
$\varphi = - \frac{\pi}{2}$	1,00	2,08	1,25	1,54	0,91	0,84	0,90	
$C = 1$	1,00	1,26	1,92	1,96	1,13	1,04	1,51	
$C = 0,5$	1,85	2,36	3,54	3,54	2,09	1,89	2,77	
$\varphi = + \frac{\pi}{4}$	1,83	2,04	2,76		2,04	1,82	2,04	
$\varphi = - \frac{\pi}{4}$	1,83	2,04	2,76		2,04	1,82	2,04	
$p = 1 \quad \varphi = + \frac{\pi}{2}$	1,00	1,11	1,58	3,33	1,12	1,01	1,12	
$\varphi = - \frac{\pi}{2}$	1,00	1,11	1,58	3,33	1,12	1,01	1,12	
$C = 1$	1,00	1,11	1,58	3,33	1,12	1,01	1,12	
$C = 0,5$	1,85	2,08	2,95	6,20	2,04	1,86	2,08	
$p = \infty$								
$C = 1$	1,41	1,58	2,23	4,72	1,58	1,43	1,58	
$C = 0,5$	2,00	2,23	3,16	6,75	2,23	2,01	2,23	

$$(35) \quad I(M')_{p=1} = 1 - 0,293 \frac{S}{2\pi} (a^2 + b^2);$$

$$(36) \quad I(M')_{p=\infty} = 1 - 0,25 \frac{S}{2\pi} (a^2 + b^2).$$

Les courbes I_∞ et $I_{p=1}$ sont très voisines, mais I_∞ est au-dessus de $I_{p=1}$ (fig. 40 à 45).

Pour terminer, nous donnons quelques ordres de grandeur des limites de perception obtenues avec un microscope électronique travaillant avec une ouverture de l'ordre de $10^{-2}/2$ radians et une longueur d'onde de $4/100 \text{ \AA}$ (tableau n° 1).

CHAPITRE II

INTÉGRATEUR DESTINÉ A DÉTERMINER LA RÉPARTITION DES ÉCLAIREMENTS DANS L'IMAGE D'UN OBJET DE FORME ET DE DIMENSIONS QUELCONQUES.

Pour étendre l'étude précédente au cas d'objets de forme quelconque et de dimensions finies, nous avons été amenée à concevoir et à réaliser un intégrateur, de type analogique.

Après avoir rappelé les expressions mathématiques donnant la répartition des éclairements dans l'image, nous indiquons les procédés de calcul qui ont été appliqués dans quelques cas particuliers. Enfin, nous décrivons l'intégrateur que nous avons utilisé.

1. **Calcul théorique de l'image.** — Revenons à l'équation générale (1) donnant la répartition des éclairements dans l'image.

$$(1) \quad I(M') = \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma(P) \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \Omega(M) E(M' - M) e^{-jMP} dM \right|^2 dP.$$

L'intégration de cette équation trouve des simplifications dans les cas suivants :

- éclairage cohérent, objet quelconque ;
- éclairage partiellement cohérent, objet de faible contraste ou de déphasage petit ;
- éclairage incohérent, objet quelconque.

a. Éclairage cohérent.

La répartition des amplitudes dans le plan image est donnée par

$$(10) \quad A(M') = \int_{-\infty}^{+\infty} \Omega(M) E(M' - M) dM.$$

On obtient la répartition des amplitudes dans l'image en faisant une convolution entre la répartition des amplitudes dans l'objet et la transformée de FOURIER de l'objectif. On en déduit l'intensité en prenant le carré du module de l'amplitude.

b. Éclairage partiellement cohérent. Objets de faible contraste [43, 46]. — Posons

$$(37) \quad \Omega(M) = \begin{cases} 1 + O(M) & \text{sur l'objet} \\ 1 & \text{en dehors de l'objet} \end{cases}$$

avec la condition $O(M) \ll 1$.

L'équation (1) s'écrit

$$\begin{aligned} I(M') &= \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma(P) \left| \int_{-\infty}^{+\infty} E(M' - M) e^{-jMP} dM + \right. \\ &\quad \left. + \int_{\text{objet}} O(M) E(M' - M) e^{-jMP} dM \right|^2 dP \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma(P) \left| 2\pi e^{-jMP} f(P) + \int_{\text{objet}} O(M) E(M' - M) e^{-jMP} dM \right|^2 dP \end{aligned}$$

En négligeant le terme contenant le carré de $O(M)$, on peut écrire l'équation (1) de façon approchée

$$\begin{aligned} I(M') &= 4\pi^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma(P) \left| f(P)^2 dP + \right. \\ &\quad \left. + 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma(P) f(P) \int O^*(M) E^*(M' - M) e^{+j(M - M')P} dM dP \right. \\ &\quad \left. + 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma(P) f^*(P) \int O(M) \cdot E(M' - M) e^{-j(M - M')P} dM \cdot dP; \right. \\ (38) \quad I(M') &= 8\pi^3 \Gamma(0) + 8\pi^2 \mathcal{R} \int_{\text{objet}} O(M) \cdot E(M' - M) \cdot G^*(M' - M) dM \end{aligned}$$

ou, après normalisation,

$$(39) \quad I(M') = 1 + \frac{2}{\pi} \mathcal{R} \int_{\text{objet}} O(M) E(M' - M) \cdot G^*(M' - M) dM.$$

c. Éclairage incohérent. — L'éclairement en un point M' est donné par

$$(40) \quad I(M') = \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \Omega(M) \right|^2 \cdot \left| E(M' - M) \right|^2 dM.$$

La convolution est effectuée entre le facteur de transmission de l'objet et l'éclairement de la tache de diffraction.

On voit que, dans les trois cas cités, la répartition des éclairagements dans l'image est obtenue en effectuant une convolution entre l'objet et une fonc-

tion caractéristique de l'instrument. Plusieurs méthodes ont été utilisées pour calculer de tels produits de convolution.

Nous rappellerons les méthodes de calcul utilisées par SLANSKY [57] et WEINSTEIN [64] et le principe de l'intégrateur de PRAT [51, 52].

II. Méthodes d'intégration précédemment utilisées.

A. Intégrations numériques. — Elles ne peuvent s'appliquer que dans le cas d'objets circulaires vus par un instrument parfait, rigoureusement mis au point. Dans ces conditions, en effet, on peut utiliser les propriétés des fonctions de BESSEL [63].

Si les points M et M' ont pour coordonnées polaires ρ, θ et ρ', θ' la distance entre les points M et M' sera désignée par Z et vaudra

$$Z = \rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\theta - \theta')^{1/2}.$$

a. *Éclairage cohérent.* — Dans le cas d'un disque (de rayon R) opaque sur fond brillant, l'équation (10) s'écrit

$$(41) \quad I(M') = \left\{ I - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{J_1(M' - M)}{M' - M} dM \right\}^2 = \\ = \left\{ I - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} 2m \frac{J_m(\rho')}{\rho'} \cdot \frac{J_m(\rho)}{\rho} \cdot \frac{\sin m\varphi}{\sin \varphi} \cdot \rho \cdot d\rho \cdot d\varphi \right\}^2,$$

en posant $\varphi = \theta - \theta'$

$$= \left\{ I - 2 \int_0^R \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} m \frac{J_m(\rho')}{\rho'} J_m(\rho) d\rho \right\}^2; \\ (42) \quad = \left\{ I - 4 \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} m \cdot \frac{J_m(\rho')}{\rho'} \cdot \sum_{p=0}^{\infty} J_{m+2p+1}(R) \right\}^2.$$

b. *Éclairage partiellement cohérent. Cas des faibles contrastes.* L'équation (39) devient

$$(43) \quad I(M') = A - B \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} \frac{J_1(Z) J_1(\rho Z)}{\rho Z^2} d\varphi,$$

A et B étant des constantes dépendant des facteurs de transmission et de la normalisation.

Le deuxième terme de $I(M')$ peut s'écrire (57]

$$(44) \quad I(\rho') = \Sigma D_{mn} \frac{J_m(\rho') J_n(\rho')}{\rho'^2}$$

où les coefficients D_{mn} sont donnés par

$$(45) \quad D_{mn} = \frac{4}{\pi} mn \int_0^R \frac{J_m(\rho) J_n(\rho)}{\rho} d\rho \int_0^{2\pi} \frac{\sin m\varphi \sin n\varphi}{\sin^2 \varphi} d\varphi.$$

Dans la 1^{re} intégrale du 2^e membre de D_{mn} , on peut développer $J_n(\rho)$ en série de NEUMANN.

$$(46) \quad J_n(\rho) = \sum_{k=0}^{\infty} C_{k,n}(\rho) J_{n+2k}(\rho)$$

où $C_{k,n}$ est égal à

$$(47) \quad C_{k,n}(\rho) = (n+2k)! \frac{(n+k-1)!}{n! k!} F(n-k, -k, n+1, \rho^2)$$

en désignant par $F(a, b, c; x)$ la fonction hypergéométrique d'ordre 2

$$F(a, b, c, x) = 1 + \frac{ab}{c} \cdot \frac{x}{1} + \frac{a(a+1)b(b+1)}{c(c+1)} \cdot \frac{x^2}{1 \cdot 2} + \dots$$

En posant

$$b_{mn}(\rho) = \int_0^R \frac{J_m(\rho) \cdot J_n(\rho)}{\rho} d\rho,$$

on a

$$(48) \quad b_{m,n}(\rho) = \frac{1}{\rho} [C_{0,n}(\rho) b_{m,n}(1) + C_{1,n}(\rho) b_{m,n+2}(1) + \dots],$$

avec

$$(49) \quad b_{m,n}(1) = \frac{R}{m^2 - n^2} [J_{m-1}(R) J_n(R) - J_m(R) J_{n-1}(R)] - \frac{J_m(R) J_n(R)}{m+n}.$$

Quant à la deuxième intégrale de D_{mn} , on sait qu'elle est nulle si m et n ne sont pas de même parité, elle est égale au produit de 2π par le plus petit des nombres m ou n si ceux-ci sont de même parité.

c. Éclairage incohérent. — L'équation (40) donne l'éclairement en un point M' .

$$(50) \quad I(M') = 1 - \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} \frac{J_1^2(Z)}{Z^2} d\varphi.$$

On voit que le 2^e membre de cette équation peut se calculer d'une façon analogue à celui de l'équation (43), il suffit de faire $p = 1$ dans cette dernière équation. C'est ce qu'a montré SLANSKY [57] : l'image d'un objet de faible contraste, en cohérence partielle pour $p = 1$, est voisine de celle d'un objet incohérent.

WEINSTEIN [64], pour calculer les termes $b_{m,n}(1) = \int_0^R \frac{J_m(\rho) J_n(\rho)}{\rho} d\rho$.

utilise les intégrales de LOMMEL.

Dans le cas où ρ' et R sont petits, WEINSTEIN fait appel à des développements en série, en écrivant

$$(51) \quad \frac{J_1^2(Z)}{Z^2} = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{(2m+2)! Z^{2m}}{2^{2m+2} m! (m+2)! (m+1)!}.$$

$$\begin{aligned} \text{Mais } (Z)^{2m} &= (r - \rho' e^{j\varphi})^m (r - \rho' e^{-j\varphi})^m = \\ &= \sum_{k=0}^m (-1)^k \cdot \binom{m}{k} \cdot r^{m-k} \cdot \rho'^k \cdot e^{jk\varphi} \times \sum_{k=0}^m (-1)^k \cdot \binom{m}{k} \cdot r^{m-k} \cdot \rho'^k \cdot e^{-jk\varphi} \end{aligned}$$

L'intégration par rapport à φ annule les termes rectangles, il ne reste que

$$\sum_{k=0}^m \binom{m}{k}^2 r^{2m-2k} \rho'^{2k}.$$

En reportant dans (51), on a, à un facteur près, pour valeur de $\frac{J_1^2 Z}{Z^2}$

$$(52) \quad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \rho'^{2k}}{(k!)^2} \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+k+0,5)! R^{2n}}{(n+k+1)(n+k+2)! (n+1)! n!}.$$

On est donc ramené à sommer des séries, en général, assez rapidement convergentes. Cependant, les calculs numériques sont toujours longs.

B. Intégrateur de Prat. — Il permet de donner l'image d'un objet étendu incohérent vu par un instrument stigmatique parfaitement mis au point.

1. *Principe.* — Dans le cas d'un objet brillant sur fond noir ou d'un objet opaque sur fond brillant, l'équation (40) devient

$$I(M') = \int \int_{\text{objet}} D(M' - M) dM \quad \text{en posant} \quad D(M' - M) = |E(M' - M)|^2.$$

En appelant r la distance ($M' - M$), on peut écrire en coordonnées polaires

$$(53) \quad I(M') = \int_{\text{objet}} \int D(r) \times r \cdot dr \cdot d\alpha$$

ou encore, après avoir effectué l'intégration par rapport à α ,

$$(54) \quad I(M') = \int_0^\infty D(r) \times \alpha \times r dr.$$

Si l'on balaye la surface de l'objet de telle façon que r varie linéairement en fonction du temps, l'équation précédente devient une fonction de la variable t

$$(55) \quad I(M') = \int_0^t D(r) \times r \times \alpha \frac{dr}{dt} dt.$$

Puisque $\frac{dr}{dt}$ est une constante que l'on peut poser égale à v , on a

$$(56) \quad I(M') = v \int_0^t D(r) r \alpha \cdot dt.$$

Il faut donc multiplier, à chaque instant, les quantités $D(r) \times r$ et α et les sommer pendant le temps t .

2. Réalisation de l'appareil.

a) *Mesure de α .* Soit (Γ) le contour de l'objet (fig. 46). On place en M' , point où l'on veut déterminer l'éclairement, la charnière d'un compas. Sur les 2 branches du compas, se déplacent, avec la vitesse v , deux index A et B.

Ces deux index sont assujettis à suivre le contour de la courbe (Γ). L'écartement des branches est égal à α .

b) *Mesure de $D \times r$.* On trace, sur du papier noir, la courbe représentative de la fonction $D \times r$, r étant la variable (fig. 47). Cette courbe est découpée de façon que les parties évidées aient des hauteurs proportionnelles à $r \cdot D(r)$. Elle se déplace, en synchronisme avec les index, à la vitesse v , devant une fente uniformément éclairée.

Le flux émis à chaque instant est proportionnel à la quantité $D \times r$. Il est reçu sur la photocathode d'un photomultiplicateur qui donne, à sa sortie, une intensité proportionnelle à $r D(r)$.

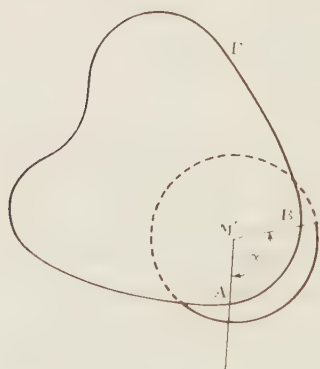


FIG. 46.

Ce courant passe dans un potentiomètre lié aux bras $M'A$, $M'B$ dont la résistance variable est proportionnelle à l'angle α . La différence de potentiel aux bornes de cette résistance est de la forme $K \cdot D \cdot r \cdot \alpha$, (K étant une constante). Les différences de potentiel sont sommées, en fonction du temps, par un intégrateur.

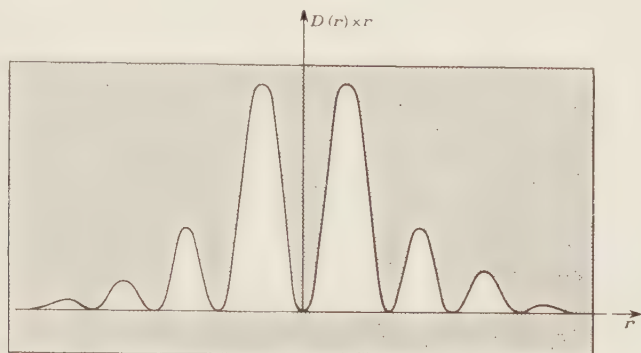


FIG. 47.

3. *Inconvénients de l'appareil.* — La réalisation mécanique est assez délicate puisqu'on impose à la courbe et aux deux index de se déplacer à la vitesse constante v et en synchronisme.

Enfin, cet intégrateur n'est utilisable que pour quelques objets très particuliers. On ne peut considérer que des objets « en créneau », de facteur de transmission égal à 0 ou 1. De plus, le contour de l'objet ne peut pas être quelconque. Prenons, par exemple, l'objet dont la forme est indiquée sur la figure 48 : lorsque les index, qui suivent le contour Γ arrivent en A et B, leur vitesse, sur les bras $M'A$, $M'B$, devrait changer de signe tout en conservant la même valeur absolue. Comme ce changement du signe de la vitesse n'est pas possible, on est obligé de morceler la surface de l'objet et d'effectuer plusieurs intégrations. On conçoit que, dans de telles conditions, les résultats soient entachés de grosses erreurs.

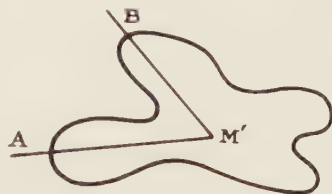


FIG. 48.

III. Principe de l'intégrateur. — L'intégrateur analogique que nous avons réalisé permet de déterminer rapidement les convolutions précédentes. Le contour de l'objet peut être absolument quelconque, la répartition des amplitudes, réelles ou complexes, dans l'objet peut obéir à une loi déterminée.

Les fonctions $E(M' - M)$ et $G(M' - M)$ doivent présenter une symétrie de révolution. C'est ce qui se produit, en microscopie optique et en microscopie électronique, où les pupilles sont circulaires et où les surfaces d'ondes, aberrantes ou non, présentent un axe de symétrie.

Désignons par $D(M' - M)$ le deuxième terme de la convolution, il représentera, successivement, les fonctions $E(M' - M)$; $|E(M' - M)|^2$, $E(M' - M) \times G^*(M' - M)$. L'intégrale à calculer peut s'écrire sous la forme

$$\int_{\text{objet}} O(M) D(M' - M) dM.$$

Il faut ajouter au point M' de l'image les contributions de tous les points de l'objet. On peut dire que la fonction $I(M')$ qui caractérise l'image s'obtient en faisant subir à la fonction $O(M)$ qui caractérise l'objet une altération caractérisée par la fonction de diffraction $D(M' - M)$. Le problème revient à déterminer le volume découpé dans le « solide de diffraction » [caractérisé par la fonction $D(M' - M)$ et « piqué » en M'], par le contour de l'objet et à tenir compte du facteur de pondération $O(M)$.

Nous avons utilisé pour cela une méthode photométrique.

Une première plaque photométrique possède une transparence proportionnelle à $D(M' - M)$. Une deuxième plaque a une transparence proportionnelle à $O(M)$. Ces 2 plaques se déplacent dans des plans rigoureusement parallèles. La transparence globale, en un point M est proportionnelle au produit $O(M) \times D(M' - M)$. Le flux lumineux total est proportionnel à l'intégrale $I(M')$.

IV. Description de l'intégrateur.

A. Réalisation des plages photométriques

1. *Réalisation de la fonction $O(M)$.* — Dans tous les cas où $O(M)$ est représentable par une « fonction créneau », comme c'est le cas d'un objet brillant sur fond noir ou d'un objet opaque sur fond uniformément brillant, la réalisation de la plage est très simple : il suffit de découper soigneusement le contour de l'objet dans un papier noir opaque.

Lorsque la transparence de l'objet n'est pas uniforme, on utilise un procédé photographique. La loi de noircissement de la plaque est contrôlée sur un microphotomètre enregistreur Vassy.

2. *Réalisation de la fonction $D(M)$.* — On avait initialement pensé à un procédé photographique.

Dans le cas de l'éclairage incohérent, il semblait facile de représenter $D(M)$ par la photographie d'une tache d'Airy. Ce procédé a été abandonné pour plusieurs raisons. D'abord, il fallait utiliser des distances focales énormes pour obtenir une plage suffisamment grande, ceci entraînait un manque de lumière qui imposait de longs temps de pose. Enfin, le plus gros inconvénient venait de ce que la plaque photographique est incapable de rendre fidèlement les grandes variations d'éclairement qui existent entre le centre et les anneaux d'une tache d'Airy.

De plus, dans le cas de l'éclairage cohérent ou dans le cas de l'éclairage semi-cohérent, la fonction $D(M)$ exige une représentation différente qu'il n'est plus possible d'obtenir par photographie d'un point lumineux.

Finalement, on a utilisé un procédé analogue à celui que Van HEEL [6] a décrit pour créer, artificiellement, des taches de diffusion. Cette méthode s'applique, très généralement, à n'importe quelle fonction $D(M)$ de révolution : on découpe, dans un disque de papier noir, une ouverture dont le contour est limité par une certaine courbe (C). Ce disque, placé devant une

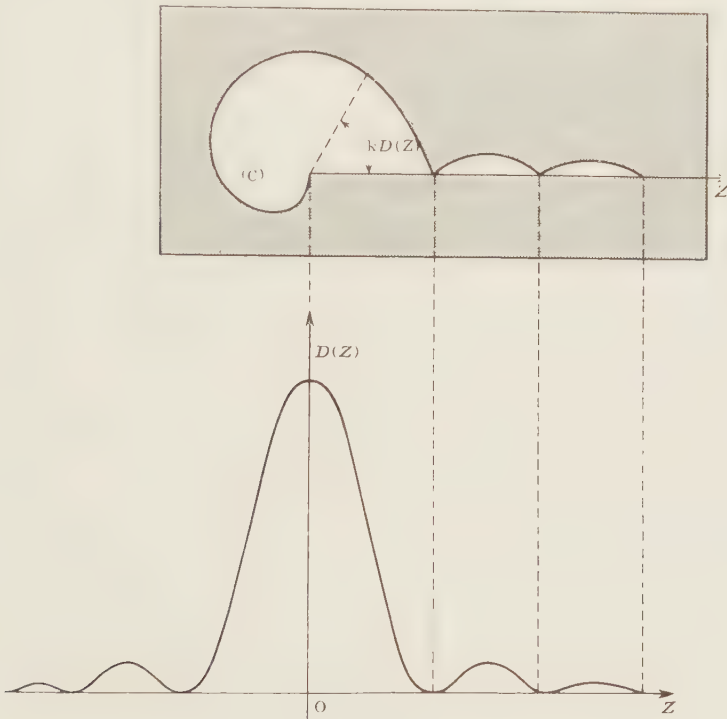


FIG. 49 et 50.

plage uniformément éclairée, tourne autour de son axe de façon à donner la répartition voulue des luminances.

La correspondance entre la courbe C (fig. 49) et la méridienne du « volume de diffraction » $D(M)$ (fig. 50) est facile à déterminer.

Supposons que le disque opaque présente, à une distance Z de son centre, un point lumineux P. Lorsque le disque tourne avec une vitesse angulaire constante, le flux émis par le point lumineux pendant le temps Δt est inversement proportionnel à la distance Z . Or, on veut faire correspondre à la distance Z , un flux proportionnel à la quantité $D(Z)$. Il faut donc remplacer le point lumineux P par un arc de cercle de rayon Z , de longueur proportionnelle à $Z \cdot D(Z)$.

Le flux global est reçu sur un photomultiplicateur. La mesure est faite grâce à un intégrateur qui fonctionne pendant un nombre entier de tours de rotation du disque. Attendu qu'il ne s'agit plus, comme dans le cas de Van HEEL, d'obtenir une impression visuelle, il suffit de faire tourner le disque à une vitesse lente. Pour faciliter la réalisation mécanique, on a choisi une vitesse de 5 tours/minute.

B. Description du montage. — Un schéma du montage optique est donné sur la figure 51. Les parois internes du cube (1) sont rendues diffusantes à l'aide d'un enduit blanc et mat. Le flux lumineux émis par quatre lampes (2) est diffusé par les parois. L'alimentation des lampes est soigneusement régulée. Le trou source (3), de 5 mm de diamètre, est éclairé d'une manière uniforme. La source est placée au foyer du collimateur (4). L'objet (5) est éclairé en faisceau parallèle. La plage (5) a un diamètre de 20 cm. Pour que cette plage soit uniformément éclairée, on a choisi pour (4) un objectif de bonne qualité travaillant avec une très faible ouverture (de l'ordre de $f/30$) ; on élimine ainsi tous les défauts dus aux aberrations.

La courbe (6) donnant la répartition des éclairissements dans la tache de diffraction est découpée dans du papier noir. Elle est pincée entre deux plaques de verre disposées dans un barillet (7). Ce barillet est fixé sur le support (8) au moyen d'un roulement à billes (9). L'entraînement du barillet (7) est obtenu au moyen d'une couronne dentée (10) et d'un pignon moteur (11). Pour déplacer l'axe de rotation de la courbe par rapport à l'objet, le support (8) peut être charioté suivant deux axes rectangulaires situés dans un plan normal à l'axe optique. La lentille (12) projette l'image du trou source sur la lentille (13). Celle-ci conjugue le plan de la courbe avec la lentille (14). Enfin, (14) projette l'image de (13) sur la surface sensible du photomultiplicateur (15).

La principale difficulté rencontrée dans la réalisation de ce montage a été l'alignement des divers éléments. Pour éviter des aberrations géométriques importantes, les lentilles (4) et (12) travaillent avec des ouvertures faibles, ce qui conduit à des distances focales importantes pour obtenir une plage objet dont les dimensions soient compatibles avec le mode de réalisation de la courbe (6). Le contrôle du centrage est effectué par autocollimation.

C. Description de l'appareillage électronique. — Le montage électronique comprend :

- un photomultiplicateur avec son alimentation stabilisée,
- un adaptateur d'impédance avec son alimentation stabilisée,
- un intégrateur.

Le schéma général de l'appareil (fig. 52 et 53) est donné sur la figure 54.

I. Photomultiplicateur. — Les caractéristiques de l'appareil sont les suivantes :

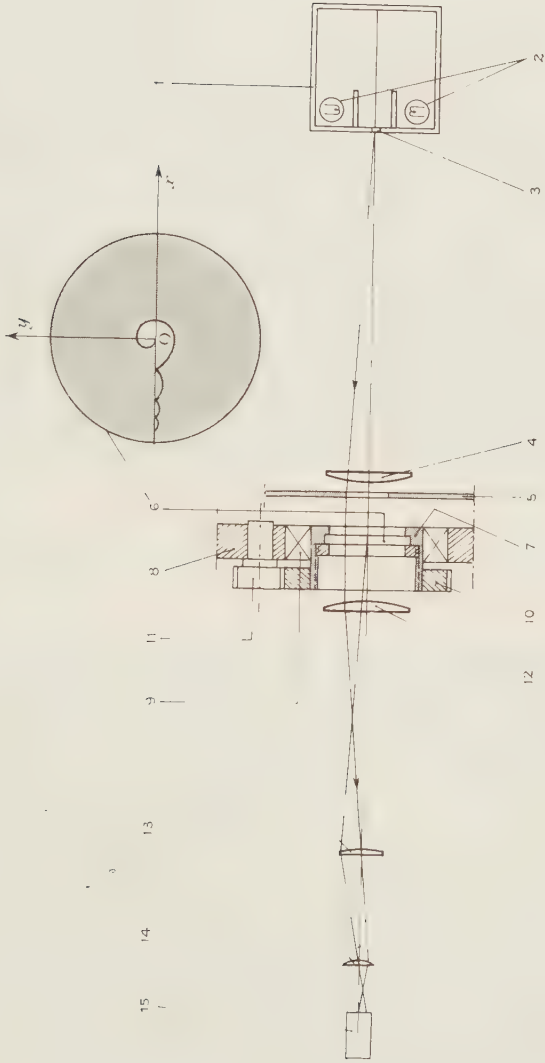


FIG. 51.

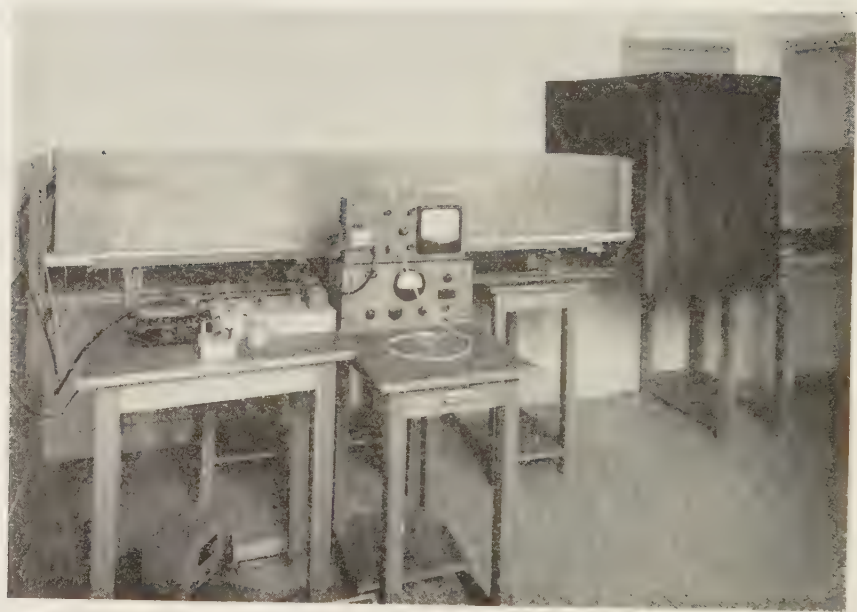


FIG. 52.

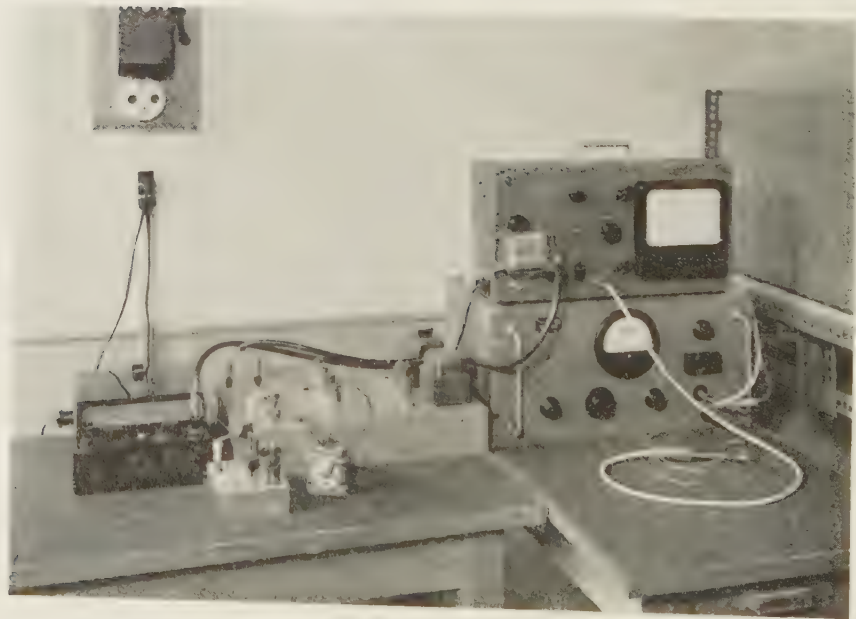


FIG. 53.

PA 11 ; 11 dynodes ; tension 1 600 V.

Le courant d'obscurité varie avec la tension d'alimentation mais reste toujours faible. On l'élimine en le compensant par le courant d'une pile P ; pour cela, on agit sur la résistance du potentiomètre P_0 (fig. 54).

On utilise une alimentation stabilisée donnant une tension d'entrée de 1 600 V.

L'image de la source est projetée sur la photocathode du photomultiplicateur. Cette image occupe une surface importante de la photocathode (environ un cercle de 2 cm de diamètre). Un montage mécanique très rigide permet à cette image d'occuper rigoureusement la même position sur la surface sensible.

II. *Adaptateur d'impédance.* — L'impédance de sortie du photomultiplicateur est très élevée. De façon à augmenter l'intensité du courant débité à l'entrée de l'intégrateur, on utilise un adaptateur d'impédance. Cette amplification de l'intensité a pour but d'accroître la sensibilité des mesures.

On utilise une cathode follower comme adaptateur d'impédance. Dans cette lampe, la tension d'entrée est appliquée, comme d'habitude, sur la grille, mais la plaque est reliée directement à la haute tension alors que la résistance de charge est dans le circuit cathode. La tension de sortie est sensiblement égale à celle de la tension grille mais l'impédance de sortie se chiffre par $1/s$ (s étant la pente de la caractéristique de la lampe).

Le courant plaque a été stabilisé par une alimentation construite par PRAT [51].

Il faut également stabiliser le courant de chauffage du filament. En général, on met en série, avec la source qui chauffe le filament, une lampe fer-hydrogène qui a une résistance différentielle dV/dI élevée. Ici, la compensation est obtenue grâce à une double triode. On prend directement la tension entre les deux cathodes de la lampe double.

III. *Intégrateur.* — On applique la tension V à intégrer aux bornes d'une capacité C , par l'intermédiaire d'une résistance R . La courbe représentant les variations de tension de sortie u en fonction du temps t est une exponentielle. On peut admettre que la tension de sortie u est fonction linéaire du temps dans la région où l'exponentielle est confondue avec sa tangente à l'origine. Cette approximation est d'autant plus valable, dans un temps Δt , que la constante $\tau = RC$ a une valeur plus grande. Pour accroître la valeur de cette constante, on utilise le principe de l'intégrateur de MILLER qui fait appel aux propriétés d'une triode amplificatrice. Si G est le gain de cette triode, la constante de temps τ précédente est multipliée par le coefficient $1 + G$. L'intégrateur LEMOUZY, que nous avons utilisé, possède une amplification telle que le gain atteint 10^9 . Il en résulte une constante de temps énorme qui permet d'obtenir une intégration rigoureuse.

D. Principales causes d'erreurs.

a. *Uniformité de la plage lumineuse.* — Lors d'un premier essai, la plage lumineuse était réalisée par un verre dépoli, éclairé par un point source à très grande distance. L'image du dépoli était projetée directement sur le photomultiplicateur. Bien que les angles utiles fussent très petits, l'indicatrice de diffusion était loin d'être uniforme. Nous utilisons, maintenant, un collimateur de bonne qualité travaillant avec une ouverture de l'ordre de $f/30$.

Le contrôle de l'uniformité de l'éclairement de la plage est effectué point par point en déplaçant un petit trou (de 5 mm de diamètre) dans le plan de la plage. Le flux, envoyé sur le photomultiplicateur, est mesuré par un galvanomètre très sensible (3×10^{-9} A/mm) travaillant en régime critique. Les variations relatives d'éclairement sont de l'ordre de 1 %.

b. *Lumière parasite.* — Le camouflage du montage optique est fait avec un soin particulier. Les réflexions parasites sont supprimées à l'aide d'écrans convenablement placés et d'un revêtement noir mat. Le carter est étanche à la lumière, ce qui permet de faire les mesures en plein jour.

c. *Tracé et découpage de la courbe.* — La courbe est tracée sur du papier noir, très mince mais parfaitement opaque. Le tracé et le découpage (avec des ciseaux à dissection) sont effectués sous un agrandisseur. La précision est de l'ordre de la largeur du trait et ne dépasse pas 0,1 mm. Lors des premières manipulations, on traçait la courbe à grande échelle et on la reproduisait par photographie. La précision sur le tracé était meilleure, mais le cliché présentait deux inconvénients : il n'était pas possible d'obtenir un fond noir parfaitement opaque, de plus, une émulsion, même à grains très fins, était incapable de reproduire le dégradé brutal de la courbe.

d. *Centrage de la courbe (C).* — Un viseur micrométrique permet d'amener le centre de la courbe en coïncidence avec le centre de rotation de son support avec une précision de 0,01 mm. Cette erreur est négligeable devant celle due au tracé et au découpage de la courbe.

e. *Déplacement de la courbe (C).* — Les lectures sont faites sur des verniers au $1/20$ mm.

f. *Mesure du temps.* — La durée de l'intégration est de l'ordre de 3 mn de manière à éliminer les erreurs de lecture.

Comme on le montrera au chapitre III, la précision obtenue avec l'intégrateur est du même ordre de grandeur que celle fournie par les intégrations numériques.

La reproductibilité des mesures est excellente : la dispersion est de l'ordre de $1 \text{ } ^\circ_0$.

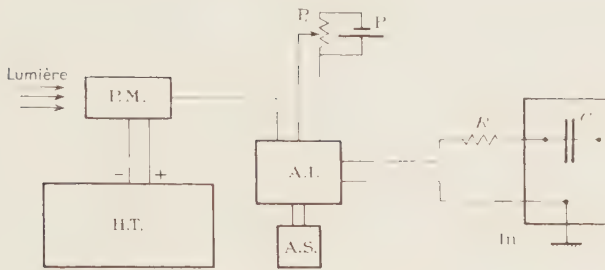


FIG. 54. — Appareillage électronique. P.M. : photomultiplicateur ; H.T. : haute tension ; A.I. : adaptateur d'impédance ; A.S. : alimentation stabilisée ; In : intégrateur.

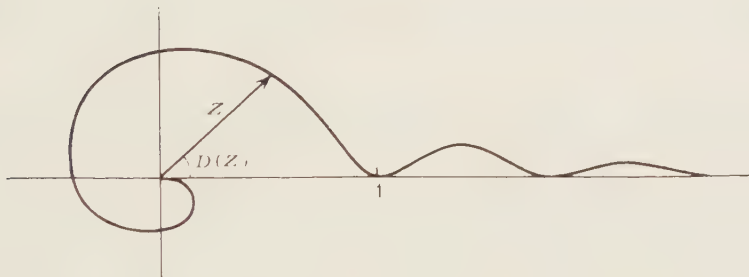


FIG. 55. — Répartition des éclaircissements ($\Phi = 0$; $\Phi' = 0$).

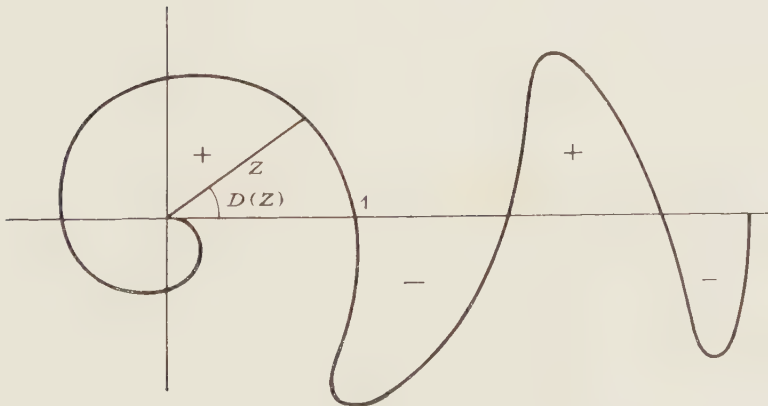


FIG. 56. — Répartition des amplitudes ($\Phi = 0$; $\Phi' = 0$).

CHAPITRE III

RÉSULTATS

I. Tracé des courbes (C). — A titre d'exemple, on donne quelques courbes (C) utilisées pour les intégrations.

Instrument parfait $\left\{ \begin{array}{l} \text{éclairage incohérent (fig. 55).} \\ \Phi = 0, \Phi' = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{éclairage cohérent (fig. 56).} \end{array} \right. \end{array} \right.$

Défaut de mise au point : $\Phi = +\frac{\pi}{2}, \Phi' = 0 \left\{ \begin{array}{l} \text{éclairage incohérent (fig. 57)} \\ \text{éclairage cohérent (fig. 58)} \end{array} \right.$

II. Précision donnée par l'intégrateur. Comparaison avec les intégrations numériques de Weinstein.

Dans le chapitre précédent, nous avons chiffré les erreurs dues aux défauts d'homogénéité de la plage, au tracé et au découpage des courbes, aux défauts de centrage, à la mesure du temps, etc. Il reste à déterminer l'erreur globale introduite lors d'une intégration. Pour cela, nous comparerons nos valeurs expérimentales avec les valeurs calculées dans deux cas connus.

1. *Disque d'Airy.* — On sait que le flux lumineux situé à l'intérieur d'un cercle de rayon Z est donné par la formule

$$(57) \quad \mathcal{F} = 2\pi \int_0^Z \left(\frac{2J_1(Z)}{Z} \right)^2 dZ.$$

En utilisant les propriétés des fonctions de BESSEL [1] :

$$J_1'(Z) = \frac{J_1(Z)}{Z} + J_0(Z) \quad \text{et} \quad J_1(Z) = -J_0'(Z)$$

on peut écrire

$$(58) \quad \mathcal{F} = 8\pi \int_0^1 \frac{J_0^2(Z)}{Z} dZ$$



FIG. 57. — Répartition des éclairissements ($\Phi = \pi/2$; $\Phi' = 0$)

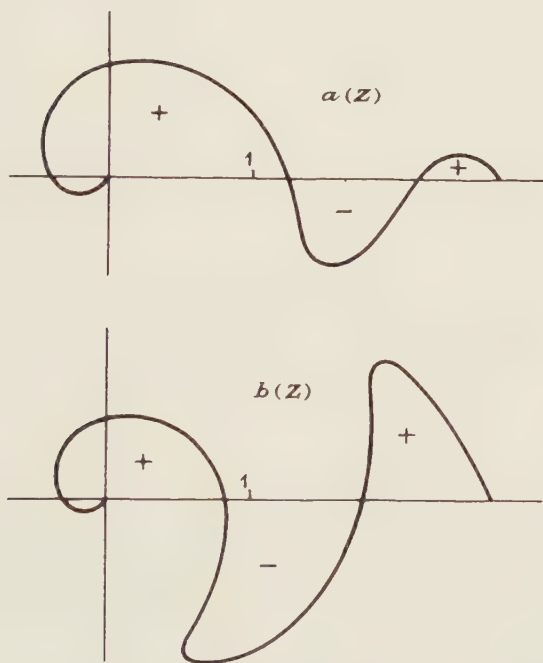


FIG. 58. — Répartition des amplitudes [partie réelle $a(z)$ et partie imaginaire $b(z)$]
 $\Phi = \pi/2$; $\Phi' = 0$.

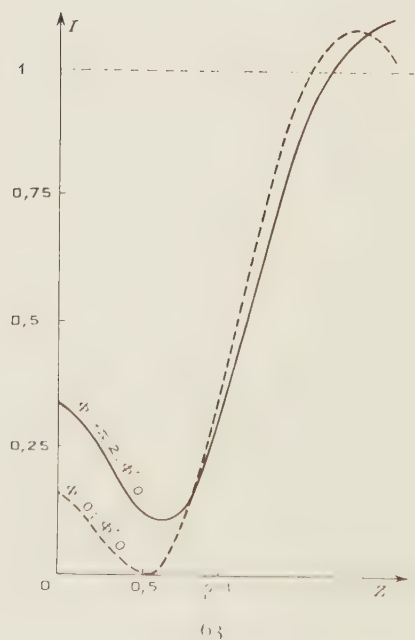
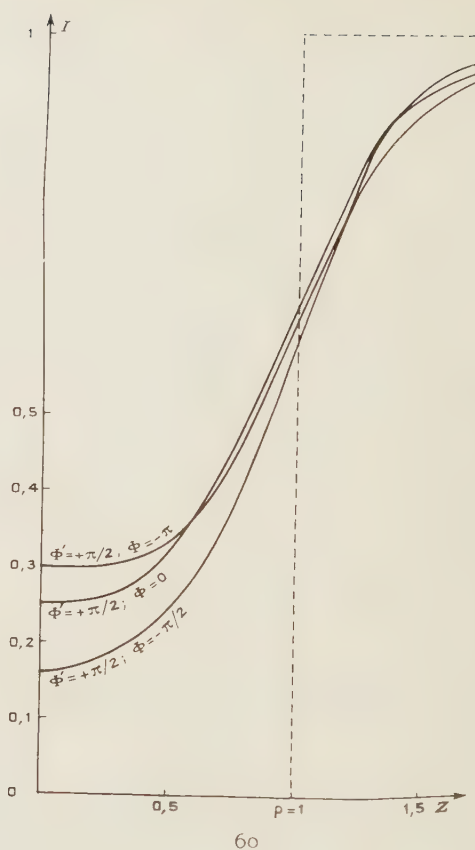
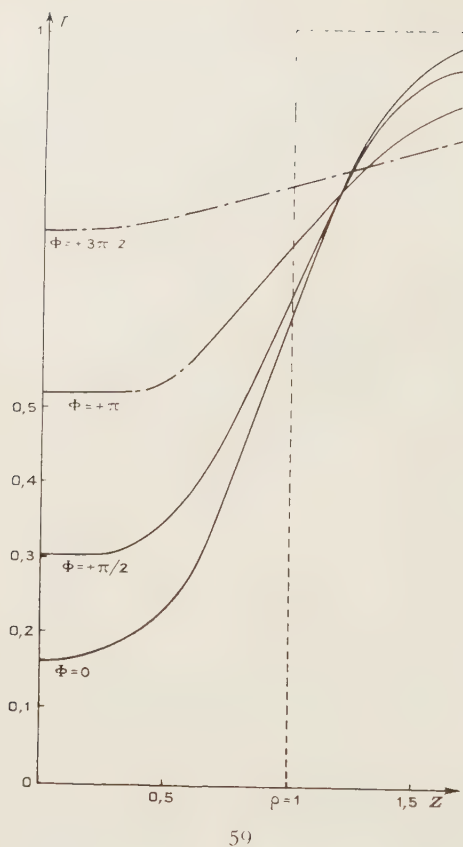


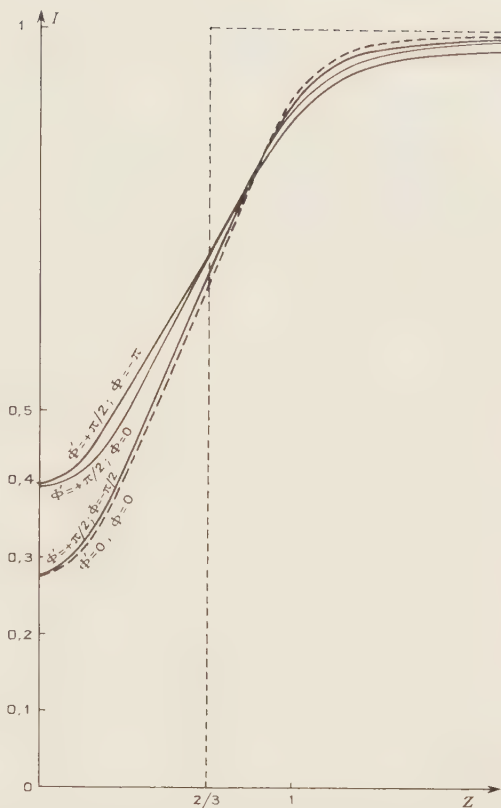
FIG. 59. — Image d'un disque opaque sur fond clair ($r = \varepsilon$) pour différentes mises au point (éclairage incohérent).

FIG. 60. — Image d'un disque opaque sur fond clair ($r = \varepsilon$) en présence d'une aberration sphérique $\Phi' = \pi/2$ et pour différentes mises au point (éclairage incohérent).

FIG. 63. — Image d'un disque opaque sur fond clair ($r = \varepsilon$) dans le cas d'un défaut de mise au point $\Phi = +\pi/2$ (éclairage cohérent).



61



62



64

FIG. 61. — Image d'un disque sur fond clair ($r = 2/3$) pour différentes mises au point. En pointillé, image géométrique (éclairage incohérent).

FIG. 62. — Image d'un disque opaque sur fond clair ($r = 2/3$) dans le cas d'une aberration sphérique $\Phi' = \pi/2$ et différentes mises au point (éclairage incohérent).

FIG. 64. — Image d'un disque opaque sur fond clair ($r = 1$) en présence d'aberration sphérique $\Phi' = \pi/2$ et d'un défaut de mise au point $\Phi = -\pi/2$ (éclairage cohérent).

ou, après normalisation,

$$\mathcal{F} = 1 - J_0^2(Z) - J_1^2(Z).$$

Les tables de fonctions de BESSEL [63] permettent de calculer $\mathcal{F}$ pour les différentes valeurs de Z . Le tableau II suivant donne $\mathcal{F}$ pour les valeurs de Z qui correspondent aux zéros de la fonction de BESSEL d'ordre 1.

TABLEAU II.

Z	3,832	7,015	10,173	13,324
$\mathcal{F}$	0,839	0,910	0,938	0,953

Nous avons comparé (Tableau III) les flux mesurés par intégration aux flux théoriques ci-dessus.

TABLEAU III.

	VALEURS THÉORIQUES	VALEURS EXPÉRIMENTALES
$\frac{\mathcal{F}(Z = 7,015)}{\mathcal{F}(Z = 3,832)}$	1,0846	1,085
$\frac{\mathcal{F}(Z = 10,173)}{\mathcal{F}(Z = 3,832)}$	1,1179	1,120
$\frac{\mathcal{F}(Z = 13,324)}{\mathcal{F}(Z = 3,832)}$	1,1358	1,135

On voit que les résultats expérimentaux sont en bon accord avec la théorie.

2. *Intégrations numériques de Weinstein* [64]. Dans le cas d'un disque brillant sur fond opaque $r = \frac{3}{3,8} \rho$ où r est le rayon du disque et ρ le rayon de la tache d'Airy on a, en prenant pour unité l'intensité au centre de l'image, le tableau IV.

TABLEAU IV.

Z	$I(Z)$ calculé	$I(Z)$ mesuré
0	1	1
$r/3$	0,93	0,935
2 $r/3$	0,73	0,725
r	0,44	0,44
4 $r/3$	0,18	0,175
5 $r/3$	0,05	0,04

On remarque que les écarts n'excèdent jamais 1 %, d'où une erreur absolue inférieure à 2 %.

III. Étude de la répartition des éclairagements dans l'image d'un objet étendu de forme circulaire. Disque opaque sur fond clair.

Les résultats fournis par l'intégrateur sont donnés sous forme de courbes.

1. *Éclairage incohérent.* —

	$r = \varphi$	$r = \frac{2}{3} \varphi$
A. défaut de mise au point	(fig. 59)	(fig. 61)
B. aberration sphérique	(fig. 60)	(fig. 62)
C. aberration sphérique en présence d'un défaut de mise au point.	(fig. 60)	(fig. 62)

2. *Éclairage cohérent.* —

A. défaut de mise au point : $r = \rho$. (fig. 63).

B. aberration sphérique en présence d'un défaut de mise au point : $r = \rho$. (fig. 64).

IV. Étude de la répartition des éclairéments dans l'image d'un objet étendu de forme carrée (carré opaque sur fond clair, dont le côté est égal aux $4/3$ du diamètre de la tache d'Airy).

Éclairage incohérent. — L'objet est vu par un objectif dépourvu d'aberration. On donne la répartition des éclairéments pour les différents cas de mise au point suivants :

mise au point parfaite	(fig. 65 et 66),
défaut de mise au point $\Phi = +\pi/2$	(fig. 67 et 68).
défaut de mise au point $\Phi = \pi$	(fig. 69 et 70).

V. Étude de la répartition des éclairéments dans l'image d'un objet de forme quelconque (sa plus grande dimension est de l'ordre du diamètre de la tache d'Airy). — Cet exemple étant donné uniquement pour montrer les possibilités de l'intégrateur, seul le cas où l'objet est éclairé en lumière incohérente et vu par un objectif parfait, rigoureusement mis au point, est traité (Objet opaque sur fond clair).

La figure 71 montre la forme de l'objet, ainsi que la position des axes suivant lesquels sont effectuées les mesures.

Les courbes donnant la répartition des éclairéments dans l'image sont données sur les figures 72, 73, 74.

Conclusion. — L'intégrateur permet de déterminer la répartition des éclairéments dans l'image d'un objet absolument quelconque. On voit sur la figure 74 que l'objet que nous avons considéré (qui pourrait être une cellule sur le point de se diviser) n'est pas résolu bien que ses dimensions principales dépassent le diamètre de la tache d'Airy.

Pour un instrument déterminé, on sait calculer la limite de perception et la limite de résolution pour quelques objets particuliers : points, lignes (41, 27, 28, 54). Il est, maintenant, possible d'étendre ces résultats à des objets quelconques.

CONCLUSION

Dans la première partie du présent travail, nous avons calculé la répartition complète des éclairéments dans l'image d'un petit objet (de dimensions très inférieures au rayon de la tache d'Airy). L'objet peut être de phase ou d'amplitude, le degré de cohérence de l'éclairage peut être quelconque. Suivant la nature de l'objet, on discute les modes d'observation (degré de cohérence, défaut de mise au point, contraste de phase) les plus favorables à la perception et à la résolution de l'objet.

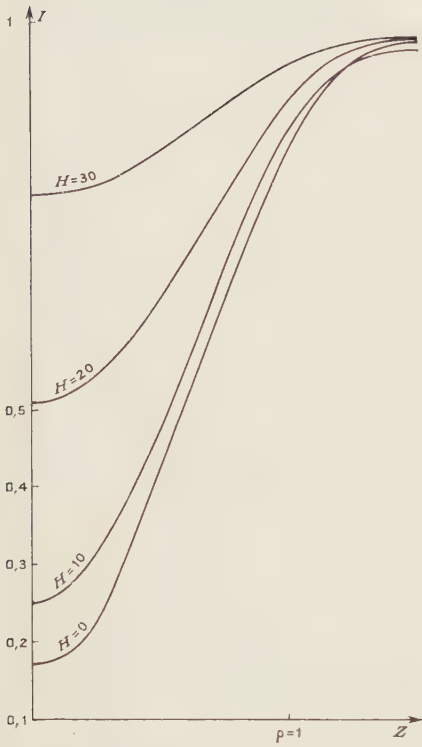


FIG. 65. — Image d'un carré opaque sur fond clair (côté $2a = 4\pi/3$) $\Phi = 0$; $\Phi' = 0$ (éclairage incohérent).

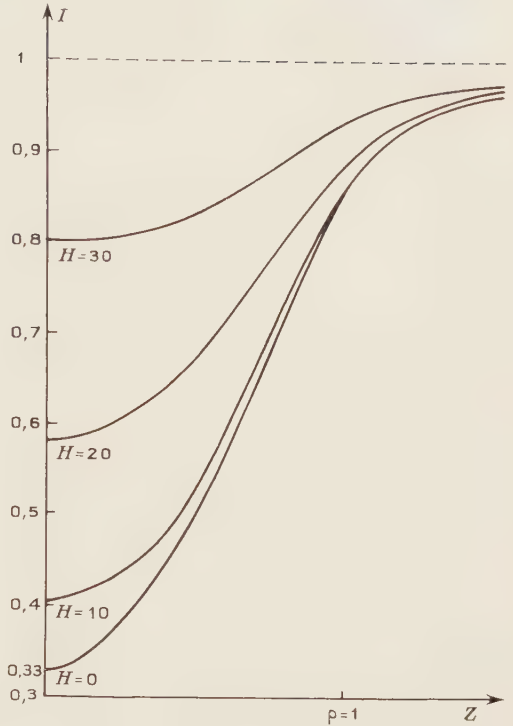


FIG. 67. — Image d'un carré opaque sur fond clair (côté $2a = 4\pi/3$) $\Phi = +\pi/2$; $\Phi' = 0$ (éclairage incohérent).

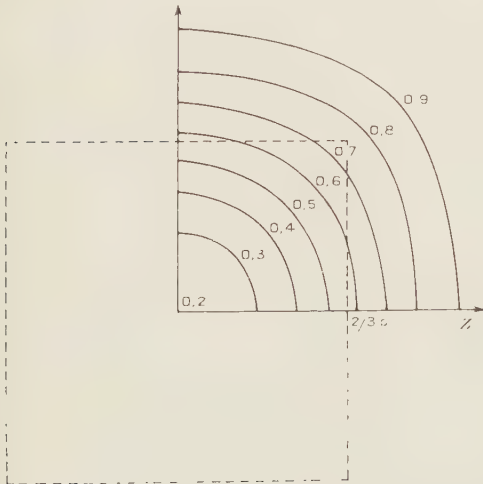


FIG. 66. — Image d'un carré opaque sur fond clair (côté $2a = 4\pi/3$) $\Phi = 0$; $\Phi' = 0$ (éclairage incohérent).

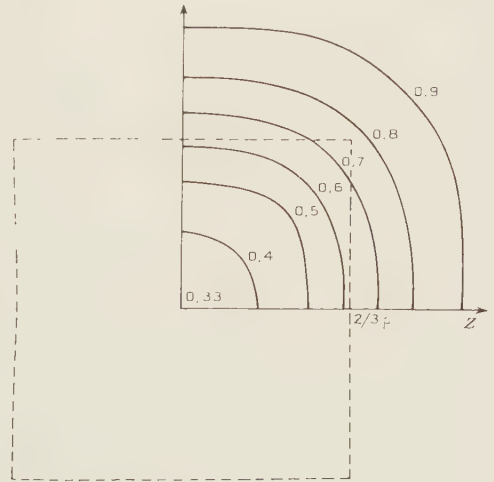


FIG. 68. — Image d'un carré opaque sur fond clair (côté $2a = 4\pi/3$) $\Phi = +\pi/2$; $\Phi' = 0$ (éclairage incohérent).

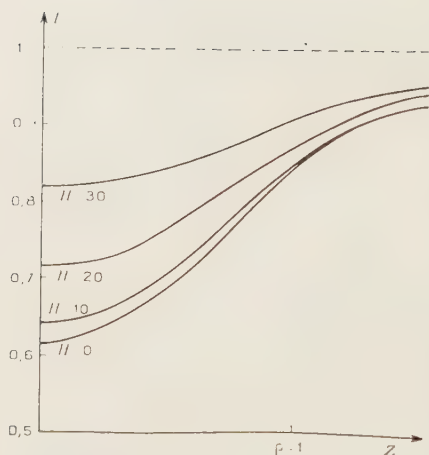


FIG. 69. — Image d'un carré opaque sur fond clair (côté $2a = 4 \varphi/3$) $\Phi = \pi$; $\Phi' = 0$ (éclairage incohérent).

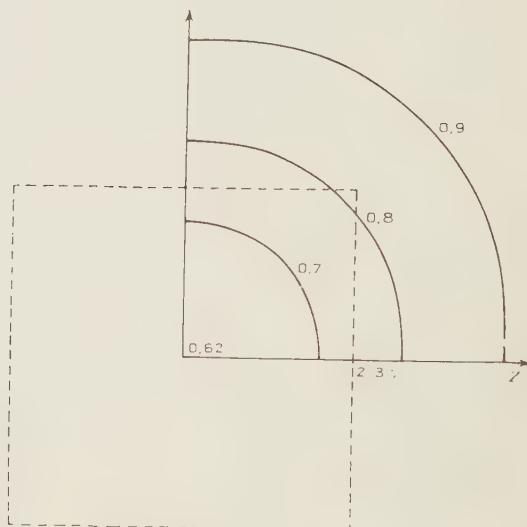


FIG. 70. — Image d'un carré opaque sur fond clair (côté $2a = 4 \varphi/3$) $\Phi = \pi$; $\Phi' = 0$ (éclairage incohérent).

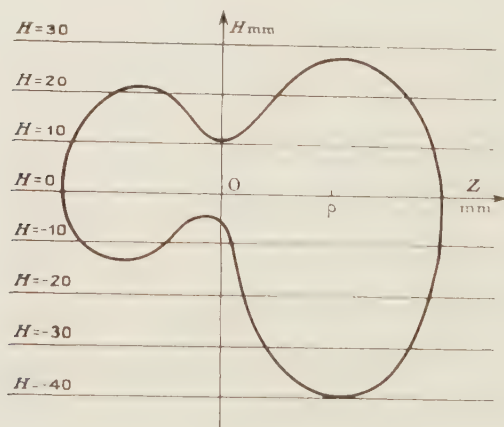


FIG. 71.

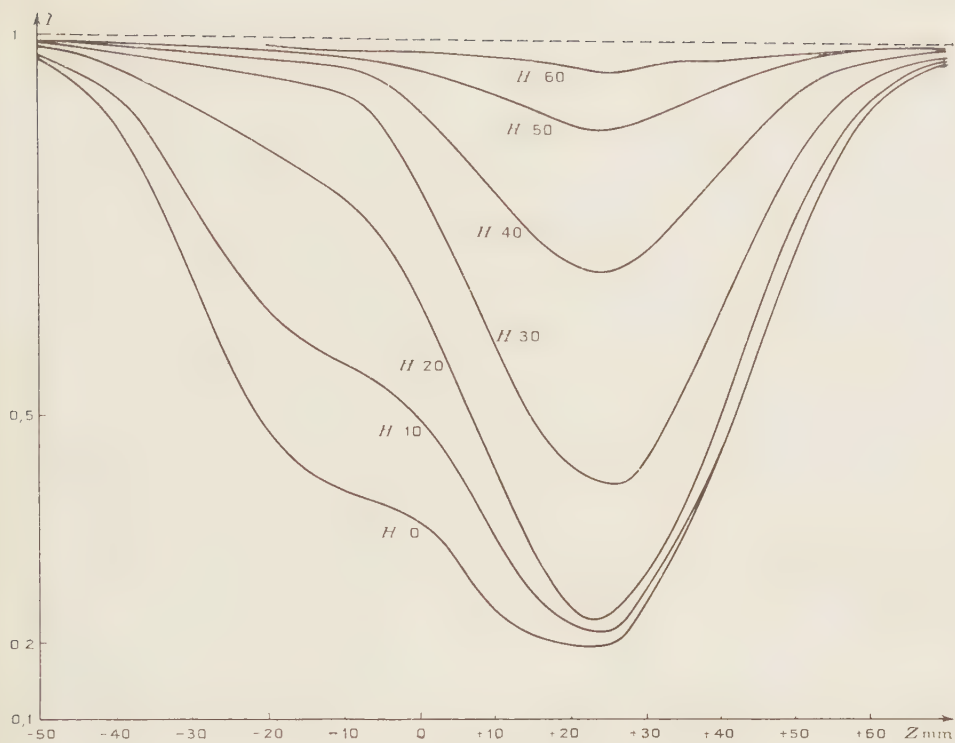


FIG. 72.

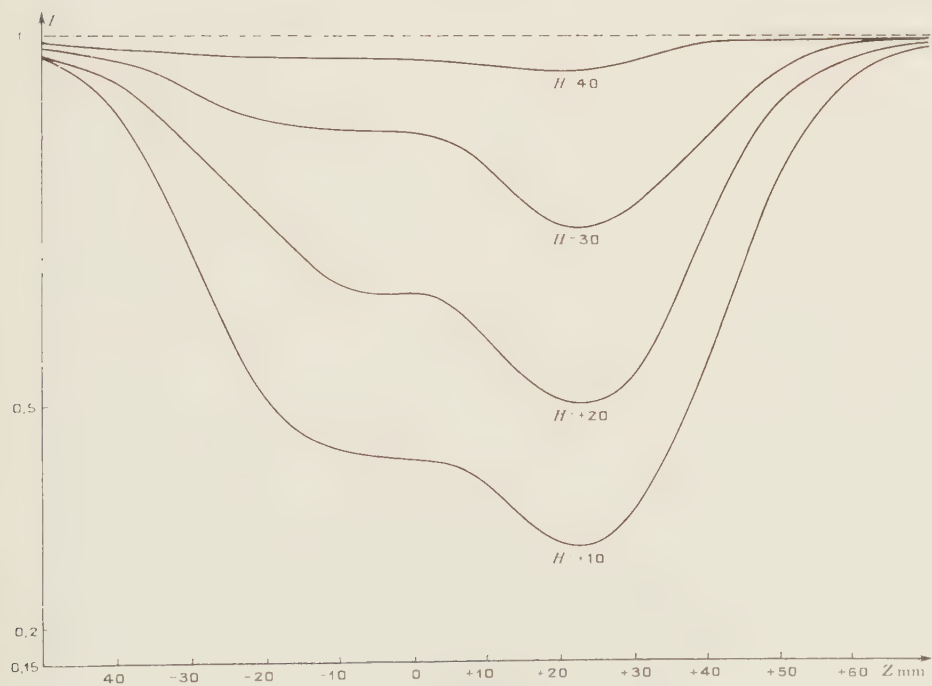


FIG. 73.

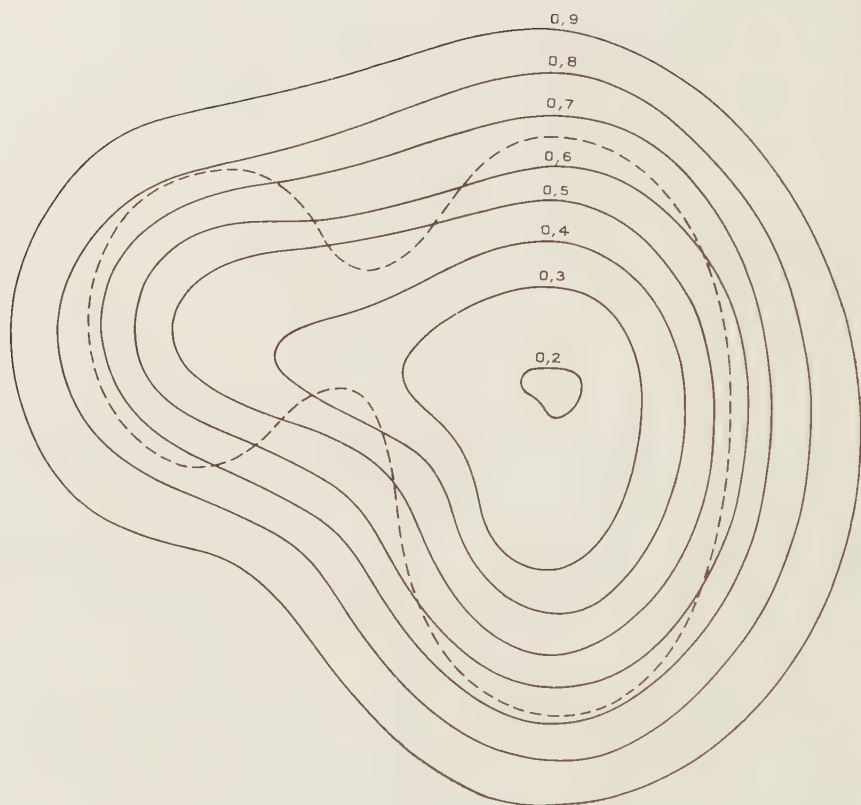


FIG. 74.

Dans la deuxième partie, nous nous sommes proposé de trouver un moyen pour calculer rapidement les produits de convolution qui interviennent dans la détermination de l'image d'un objet de forme et de dimensions quelconques. Les calculs de la première partie ont pu être étendus aux cas généraux grâce à un intégrateur analogique. Dans le cas de l'éclairage incohérent, les résultats s'obtiennent très rapidement. Dans le cas de l'éclairage cohérent ou partiellement cohérent, les mesures sont quatre fois plus nombreuses et les erreurs sont plus grandes. Néanmoins, les résultats sont corrects et donnent bien l'allure de la répartition des éclairissements dans l'image.

Tous ces résultats trouvent des applications tant en microscopie optique qu'en microscopie électronique (où l'on se borne, en général, à considérer des aberrations de révolution : défaut de mise au point, aberration sphérique) et facilitent l'interprétation des images.

Je suis heureuse d'exprimer ici mes sentiments de vive reconnaissance à M^r le Professeur M. FRANÇON pour l'intérêt avec lequel il a suivi et guidé mon travail.

J'adresse tous mes remerciements à MM^{rs} les Professeurs A. MARÉCHAL et Ch. FERT dont les conseils m'ont été d'un grand profit.

Je remercie M^r le Professeur P. JACQUINOT pour avoir accepté de présider le Jury.

Ce travail a été effectué dans les laboratoires de l'Institut d'Optique, aussi je tiens à remercier MM^{rs} les Professeurs P. FLEURY et A. ARNULF pour l'accueil qu'ils m'ont réservé.

J'exprime ma gratitude à M^r P. MANIGAULT, chef de service à l'Institut PASTEUR, pour le bienveillant intérêt qu'il a porté à ce travail.

J'adresse également mes remerciements à M^r R. PRAT avec qui j'ai eu de fructueuses discussions.

Enfin, je remercie le personnel de l'Institut d'Optique pour l'aide matérielle qu'il m'a apportée.

BIBLIOGRAPHIE.

- [1] ANGOT A. Compléments de Mathématiques. *Revue d'Optique*, 4^e édition, Paris, 1961.
- [2] ARSAC J. La transformation de Fourier et la théorie des distributions. Dunod, Paris.
- [3] BLANC-LAPIERRE A. et DUMONTET P. *Rev. d'Optique*, 1955, **34**, 1.
- [4] BLANC-LAPIERRE A., PERROT M. et PÉRI C. *Opt. Acta*, 1955, **2**, 1.
- [5] BORN M. and WOLF E. Principles of Optics. Pergamon Press, 1959.
- [6] BOUWERS et VAN HELL. Achievements in optics. Elsevier, 1946.
- [7] BUXTON A. *Mon. Not. Astr. Soc.*, 1921, **81**, 547 ; 1923, **83**, 475.
- [8] CANALS-FRAU D. et ROUSSEAU M. *Opt. Acta*, 1958, **5**, 15.

- [9] CONRADY A. E. *Mon. Not. Astr. Soc.*, 1919, **79**, 575 ; 1920, **80**, 324.
- [10] COWLEY J. M. and REES A. L. G. *Progress in Physics*, 1958, **21**, 165.
- [11] COWLEY J. M. and MOODIE A. F. *Acta Cryst.*, 1959, **12**, 353.
- [12] COWLEY J. M. and MOODIE A. F. *Acta Cryst.*, 1959, **12**, 360.
- [13] DAVISSON C. J. et GERMER L. H. *Phys. Review*, 1927, **30**, 705.
- [14] DUFFIEUX P. M. L'intégrale de Fourier et ses applications à l'optique.
Faculté des Sciences de Besançon.
- [15] DUFFIEUX P. M. *Rev. Opt.*, 1953, **32**, 129.
- [16] DUMONTET P. *Publ. Sci. Univ. Alger*, 1955, B **1**, 33.
- [17] DUPOUY G. Éléments d'optique électronique. A. Colin, Paris, 1952.
- [18] FAGET J., FERRE J. et FERT Ch. C. R. *Acad. Sci.*, 1960, **251**, 526.
- [19] FAGET J., FERT Ch. C. R. *Acad. Sci.*, 1957, **224**, 2368.
- [20] FAGET J. Thèse. *Rev. Opt.*, 1961.
- [21] FAGOT M. et FERT Ch. C. R. *Acad. Sci.*, 1960, **250**, 94.
- [22] FERT Ch. Colloque Microscopie électronique. Lyon, 1961.
- [23] FRANÇON M. Le microscope à contraste de phase et le microscope interférentiel. Éditions C. N. R. S., Paris, 1954.
- [24] FRANÇON M. Handbuch der Physik, tome 24, 1956, p. 346. Springer, Berlin.
- [25] FRANÇON M. Thèse. *Rev. Opt.*, 1948.
- [26] FRANÇON M. Recent progress in Microscopy. Pergamon Press, 1961.
- [27] GOODBODY A. M. *Proc. Roy. Soc.*, 1958, B **72**, 411.
- [28] GOODBODY A. M. *Proc. Roy. Soc.*, 1957, **70**, 361.
- [29] GRIVET P. Optique électronique. Bordas, 1955.
- [30] HOPKINS H. H. *Proc. Roy. Soc.*, 1951, **208**, 263.
- [31] HOPKINS H. H. *Proc. Roy. Soc.*, 1953, **217**, 408.
- [32] HILLER J. et RAMBERG E. G. *Jl appl. Physics*, 1947, **18**, 48.
- [33] KASTLER A. *Rev. Opt.*, 1950, **29**, 307.
- [34] LANSRAUX G. *Rev. Opt.*, 1947, **26**, 257.
- [35] LANSRAUX G. *Rev. Opt.*, 1947, **26**, 24.
- [36] LANSRAUX G. Thèse. *Rev. Opt.*, 1952.
- [37] LÉPINE P. et SELME P. Colloque Microscopie Électronique. Lyon, 1961.
- [38] LINFOOT E. H. Recent advances in optics. Clarendon Press, Oxford, 1955.
- [39] LOMMEL E. *Abh. Bayer. Akad.*, Abth, 1885, **2**, 229 ; Abth, 1886, **3**, 529.
- [40] MARCHAND N., FAGET J., FERT Ch. C. R. *Acad. Sci.*, 1960, **250**, 4135.
- [41] MARÉCHAL A. *Rev. Opt.*, 1953, **32**, 649.
- [42] MARÉCHAL A. et FRANÇON M. Diffraction. Structure des images. *Rev. Opt.*, 1960.
- [43] MARÉCHAL A. et SLANSKY S. C. R. *Acad. Sci.*, 1960.
- [44] MARÉCHAL A. Thèse. *Rev. Opt.*, 1948.
- [45] MARTIN L. C. *Mon. Nat. Roy. Astr. Soc.*, 1932, **82**, 310.
- [46] MENZEL E. *Optik*, 1958, **15**, 460.
- [47] MÖLLENSTEDT G. et DUKER H. *Naturwiss.*, 1954, **42**, 41.
- [48] NIJBOER B. R. A. *Physica*, 1943, **10**, 679 ; 1947, **13**, 605.
- [49] NOMARSKI G. et ROUSSEAU M. *J. Phys.*, 1955, **16**, 13 S.
- [50] PICT J. Optische Abbildung. Braunschweig, 1931.
- [51] PRAT R. Thèse doctorat ès Sciences. Paris, 1960.

- [52] PRAT R. et MERCIER Y. *Rev. Opt.*, 1957, **36**, 177.
- [53] RAYLEIGH Lord. *Phil. Mag.*, 5 ; 1879, **8**, 403.
- [54] ROUSSEAU M. Thèse ingénieur docteur. Paris, 1957.
- [55] SLANSKY S. *Opt. Acta*, 1955, **2**, 119.
- [56] SLANSKY S. *Jl Phys.*, 1959, **20**, 13 S.
- [57] SLANSKY S. *Rev. Opt.*, 1960, **39**, 557.
- [58] STEEL W. H. *Opt. Acta*, 1956, **3**, 65.
- [59] STEEL W. H. *J. opt. Soc. Amer.*, 1957, **47**, 405.
- [60] STEEL W. H. *Proc. Roy. Soc.*, 1959, **249**, 574.
- [61] STEEL W. H. Thèse. *Rev. Optique*, 1953.
- [62] UYEDA R. *Jl Phys. Soc. of Japan*, 1955, **10**, 256.
- [63] WATSON. Theory of Bessel Functions. Cambridge Univ. Press, 1952.
- [64] WEINSTEIN. *J. opt. Soc. Amer.*, 1955, **12**, 1006.
- [65] WOLF E. *Proc. Roy. Soc.*, 1954, **225**, 96.
- [66] WOLF E. *Proc. Roy. Soc.*, 1955, **230**, 246.
- [67] ZERNIKE F. *Physica*, 1938, **5**, 785.
- [68] ZERNIKE F. *Proc. phys. Soc.*, 1948, **61**, 158.

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ :

SYNTHÈSE DES ANTENNES

VU ET APPROUVÉ :

Paris, le 5 février 1962

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

MARC ZAMANSKY

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :

*Le Recteur
de l'Académie de Paris,*

JEAN ROCHE

